

Svetozar Ivanović

**Redukcija impulsnog šuma u audio
signalima primjenom metoda
kompresivnog odabiranja**

– master rad –

Podgorica, 25. decembar 2024.

UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Svetozar Ivanović

**Redukcija impulsnog šuma u audio
signalima primjenom metoda
kompresivnog odabiranja**

– master rad –

Podgorica, 25. decembar 2024.

PODACI I INFORMACIJE O STUDENTU

Ime i prezime: **Svetozar Ivanović**

Datum i mjesto rođenja: **06.12.1998. godine, Nikšić, Crna Gora**

Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina završetka studija:
Elektronika, telekomunikacije i računari, 2021. godine

INFORMACIJE O MASTER RADU

Naziv master studija: **Studijski program Računari**

Naslov rada: **Redukcija impulsnog šuma u audio signalima primjenom metoda kompresivnog odabiranja**

Fakultet/Akademija na kojem je rad odbranjen: **Elektrotehnički fakultet, Podgorica**

INFORMACIJE O MASTER RADU

Datum prijave master rada: **18.07.2024**

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: **24.10.2024**

Mentor: **Doc. dr Miloš Brajović**

Komisija za ocjenu/ odbranu teme rada:

- 1) **Prof. dr Miloš Daković, predsjednik**
- 2) **Doc. dr Miloš Brajović, mentor**
- 3) **Doc. dr Anđela Draganić, član**

Datum odbrane: **27.12.2024**

Ime i prezime autora: Svetozar Ivanović

ETIČKA IZJAVA

U skladu sa članom 22 Zakona o akademskom integritetu i članom 18 Pravila studiranja na master studijama, pod krivičnom i materijalnom odgovornošću, izjavljujem da je magistarski rad pod naslovom:

„Redukcija impulsnog šuma u audio signalima primjenom metoda kompresivnog odabiranja”

moje originalno djelo.

Podnosilac izjave:

Svetozar Ivanović

Svetozar Ivanović

U Podgorici, dana 18.11.2024. godine

Izvod rada

Impulsni šum je kratkotrajni, nagli i slučajni poremećaj u električnim signalima koji se manifestuje u vidu padova i skokova amplitude, što negativno utiče na kvalitet i pouzdanost digitalnih signala. Može nastati usled spoljašnjih interferencija, poput elektromagnetnih talasa od udara munje, dalekovoda ili električnih uređaja, kao i zbog fizičkog oštećenja skladišnih medija ili problema u prenosu podataka.

Različite metode su razvijene za uklanjanje impulsnog šuma, među kojima se izdvajaju tehnike zasnovane na kompresivnom odabiranju (CS), koje koriste rijetke reprezentacije signala u transformacionim domenima poput diskretne Furijeove ili kosinusne transformacije. U radu su testirane tri CS metode za uklanjanje šuma iz audio signala i upoređene sa tradicionalnom metodom kao median filter. Algoritmi su implementirani i testirani u softveru MATLAB/Octave. Rezultati na osnovu metrika ukazuju na veću efikasnost CS metoda u rekonstrukciji signala oštećenih impulsnim šumom u odnosu na tradicionalne metode, čime se potvrđuje primjenjivost ovih tehnika u poboljšanju kvaliteta audio i govornih signala.

Ključne riječi: audio signali, impulsni šum, kompresivno odabiranje, diskretna kosinusna transformacija, metrike

Abstract

Impulsive noise is a short-term, sudden, and random disturbance in electrical signals that manifests as drops and spikes in amplitude, negatively affecting the quality and reliability of digital signals. It can be caused by external interference, such as electromagnetic waves from lightning strikes, power lines, or electrical devices, as well as by physical damage to storage media or transmission issues.

Various methods have been developed to eliminate impulsive noise, among which techniques based on compressive sensing (CS) stand out. These techniques use sparse signal representations in transformation domains, such as the discrete Fourier transform or discrete cosine transform. This paper tests three CS methods for removing noise from audio signals and compares them with the traditional median filter method. Algorithms have been implemented and tested in the MATLAB/Octave software. The results based on metrics indicate that CS methods are more effective in reconstructing signals damaged by impulse noise compared to traditional methods, thereby confirming the applicability of these techniques in improving the quality of audio and speech signals."

Keywords: audio signals, impulsive noise, compressive sensing, discrete cosine transform, metrics

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Principi kompresivnog odabiranja	2
2.1	Kontinualni signal	2
2.2	Furijeova transformacija	4
2.3	Diskretni signali	5
2.4	Diskretna Furijeova transformacija	6
2.5	Signali zašumljeni impulsnim šumom	7
2.6	Osnove kompresivnog odabiranja	8
2.7	Koherentnost	11
2.8	Rekonstrukcija rijetkog signala zasnovana na ℓ_0 -normi	12
2.8.1	Rekonstrukcija bazirana na poznatim pozicijama koeficijenata	13
2.8.2	OMP algoritam	14
2.9	Rekonstrukcija rijetkog signala zasnovana na ℓ_1 -normi	15
2.9.1	Rekonstrukcija zasnovana na gradijentnom algoritmu	16
2.10	DCT transformacija i mjera rijetkosti signala	17
2.11	Upotreba prozora kod DCT-a	20
3	Metode za uklanjanje impulsnog šuma	22
3.1	Median filtar	22
3.2	Metoda Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije	23
3.3	Metoda detekcije i rekonstrukcije zasnovana na gradijentu mjere koncentracije	25
3.4	Pristup zasnovan na detekciji primjenom Laplasovog filtra i rekonstrukciji primjenom OMP algoritma	28

4	Eksperimentalni rezultati	31
4.1	Eksperimentalna analiza	31
4.1.1	Dataset	31
4.1.2	Metrike za mjerenje kvaliteta rekonstrukcije signala	33
4.1.3	Struktura problema za rekonstrukciju signala	33
4.2	Uklanjanje šuma korišćenjem prozora dužine 256	35
4.2.1	MSE	35
4.2.2	PESQ i PEMO-Q	40
4.3	Uklanjanje šuma korišćenjem prozora dužine 512	44
4.3.1	MSE	44
4.3.2	PESQ i PEMO-Q	48
4.4	Uklanjanje šuma korišćenjem prozora dužine 1024	52
4.4.1	MSE	52
4.4.2	PESQ i PEMO-Q	56
4.5	Vizuelna reprezentacija rezultata	60
	Zaključak	65

Spisak slika

1	Prezentacija linearnog, eksponencijalnog i kosinusnog signala.	3
2	Prikaz kontinualnog signala $f(n)$ i diskretnog signala $x(n)$ dobijenog negovim uzorkovanjem. Na desnoj slici je prikazan diskretni signal $x(n)$ čija je amplituda skalirana sa T	5
3	Izgled dva zašumljena signala za različite vrijednosti parametara a i b	8
4	Prikaz cijelog i dijela audio signala u vremenskom i DCT domenu.	19
5	Hann-ov prozor od 512 odbiraka.	21
6	Ilustracija prolaska kroz vektor median filtrom dužine 3.	23
7	Ilustracija primjene algoritma za detekciju zasnovanog na Laplasovom filtru i algoritma za rekonstrukciju zasnovanog na gradijentu mjere koncentracije DCT-a posmatranog signala. Razmatra se problem redukcije impulsnog šuma u audio signalu.	25
8	Ilustracija primjene algoritama za detekciju i rekonstrukciju zasnovanih na gradijentu mjere koncentracije DCT-a posmatranog signala. Razmatra se problem redukcije impulsnog šuma u audio signalu.	27
9	Ilustracija primjene algoritama za detekciju zasnovanu na Laplasovom filtru i rekonstrukciju zasnovanu na OMP algoritmu posmatranog signala. Razmatra se problem redukcije impulsnog šuma u audio signalu.	30
10	Pregled strukture datasetova korišćenih u eksperimentalnoj analizi.	32
11	Pregled razmatranih parametara oštećenja impulsnim šumom u eksperimentima nad signalima $\mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, \dots, 16$. U eksperimentima su varirani parametri a i b , kao i procenat odbiraka zahvaćenih šumom, u skladu sa prikazom.	34
12	Prikaz oznaka 16 rekonstruisanih signala, primjenom razmatranog algoritma X.	34
13	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM _t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$	42

14	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$	42
15	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$	43
16	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$	43
17	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$	50
18	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$	50
19	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$	51
20	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$	51
21	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$	58
22	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$	58
23	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$	59
24	Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$	59
25	Prikaz signala iz TestSpeech8 seta za vrijednosti parametara $a = 0.1$, $b = 0.5$ i $p = 20\%$	61

26	Prikaz signala iz TestSpeech8 seta za vrijednosti parametara $\alpha = 0.1$, $b = 2$ i $p = 20\%$	62
27	Prezentacija dijela signala od 512 odbiraka iz TestSpeech8 seta za vrijednosti parametara $\alpha = 0.1$, $b = 0.5$ i $p = 20\%$	63
28	Prezentacija dijela signala od 512 odbiraka iz TestSpeech8 seta za vrijednosti parametara $\alpha = 0.1$, $b = 2$ i $p = 20\%$	64

Spisak tabela

1	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 1% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	36
2	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 5% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	37
3	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 10% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	38
4	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 20% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	39
5	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 1% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	44
6	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 5% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	45
7	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 10% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	46
8	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 20% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	47
9	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 1% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	52
10	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 5% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	53
11	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 10% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	54
12	Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 20% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe.	55

Lista algoritama

1	OMP algoritam	15
2	Algoritam rekonstrukcije baziran na gradijentu	17
3	Algoritam detekcije bazirane na Laplasovom filtru i rekonstrukcije zasnovane na gradijentnoj metodi	24
4	Detekcija i rekonstrukcija zasnovana na gradijentu	26
5	Algoritam za uklanjanje šuma zasnovan na detekciji pomoću Lapla- sovog filtra i rekonstrukciji baziranoj na OMP metodi	28

1 Uvod

Impulsni šum opisujemo kao kartkotrajni, nagli i slučajni poremećaj koji se događa u električnim signalima ili podacima. Javlja se u vidu padova i skokova amplitude signala, što izaziva neželjene smetnje. Impulsni šum može nastati iz više razloga, ali njegovo prisustvo negativno utiče na kvalitet, pouzdanost i razumljivost audio signala, slika i drugih vidova digitalnih podataka [1], [2].

Impulsni šumovi se tipično javljaju kao posledica spoljašnjih interferencija kao na primjer elektromagnetnih talasa generisanih sa strane udara munje, bližnjih dalekovoda, elektromotora ili drugih električnih uređaja. U komunikacijskim kanalima, impulsni šum može se pojaviti zbog međusobne interferencije, što je nenamjerno presijecanje signala između susjednih prenosnih linija ili kanala. Takođe impulsni šum nastaje od „klikova i pucketanja” u audio snimcima, fizičkog oštećenja skladišnih medija ili izgubljenih fragmenata tokom prenosa [3].

Mnogo pristupa je predloženo za uklanjanje impulsnog šuma sa signala kao što su audio signali (jednodimenzioni signali) i slike (dvodimenzioni signali), ali samo nekoliko njih je vezano za kompresivno odabiranje (engl. *Compressive Sensing* – CS) [4]- [12]. CS je pristup koji omogućava rekonstrukciju signala pomoću malog broja odbiraka, ukoliko signal ima rijetku (engl. *sparse*) reprezentaciju u određenom transformacionom domenu, npr. domenu diskretne Furijeove transformacije. CS metode su našle primjenu u restauraciji (obnovi) audio signala koji su oštećeni klikovima i pucketanjem u realnom vremenu [13], poboljšanju govornih signala [14], rekonstrukciji slika [15], [16], [17].

U ovom radu su konkretno testirane tri metode za uklanjanje impulsnog šuma, koje su zasnovane na principu kompresivnog odabiranja, na audio signalima. Rezultati ove tri metode poređene su sa tradicionalnom metodom zasnovanom na median filtrima. Prije detaljnog uvođenja razmatranih algoritama i pristupa uklanjanju impulsnih smetnji, prvo će biti predstavljena fundamentalna teorija na kojoj je bazirano kompresivno odabiranje [3], [4].

2 Principi kompresivnog odabiranja

Prije nego što se započne sa analizom metoda, biće objašnjeni osnovni principi obrade signala i kompresivnog odabiranja, neophodnih za razumijevanje ovog rada.

2.1 Kontinualni signal

Jednodimenzioni kontinualni signal se matematički predstavlja funkcijom kontinualne promjenljive (npr. vremena t): $f(t)$, $t \in \mathbb{R}$, gde je t realna promjenljiva koja može uzeti bilo koju vrijednost iz intervala realnih brojeva, a $f(t)$ je funkcija koja dodjeljuje neku realnu vrijednost signalima u svakom trenutku vremena. Primjeri nekoliko jednostavnih determinističkih kontinualnih signala su prikazani u nastavku.

Linearni signal predstavlja signal čija se vrijednost mijenja linearno tokom vremena. Matematička funkcija linearnog signala može se zapisati kao:

$$s(t) = At + B, \quad (1)$$

gdje je A predstavlja brzinu promjene, a B početnu vrijednost signala u trenutku $t = 0$. Linearni signal karakteriše konstantna brzina promene. Takvi signali su često korišćeni u modeliranju procesa koji rastu ili opadaju uniformno tokom vremena, kao što su kretanje objekta sa konstantnom brzinom ili linearni porast temperature.

Kosinusni signal je oblik oscilatornog signala koji se koristi za opisivanje periodičnih procesa. Funkcija kosinusnog signala može se zapisati kao:

$$x(t) = A \cos(2\pi f t + \phi), \quad (2)$$

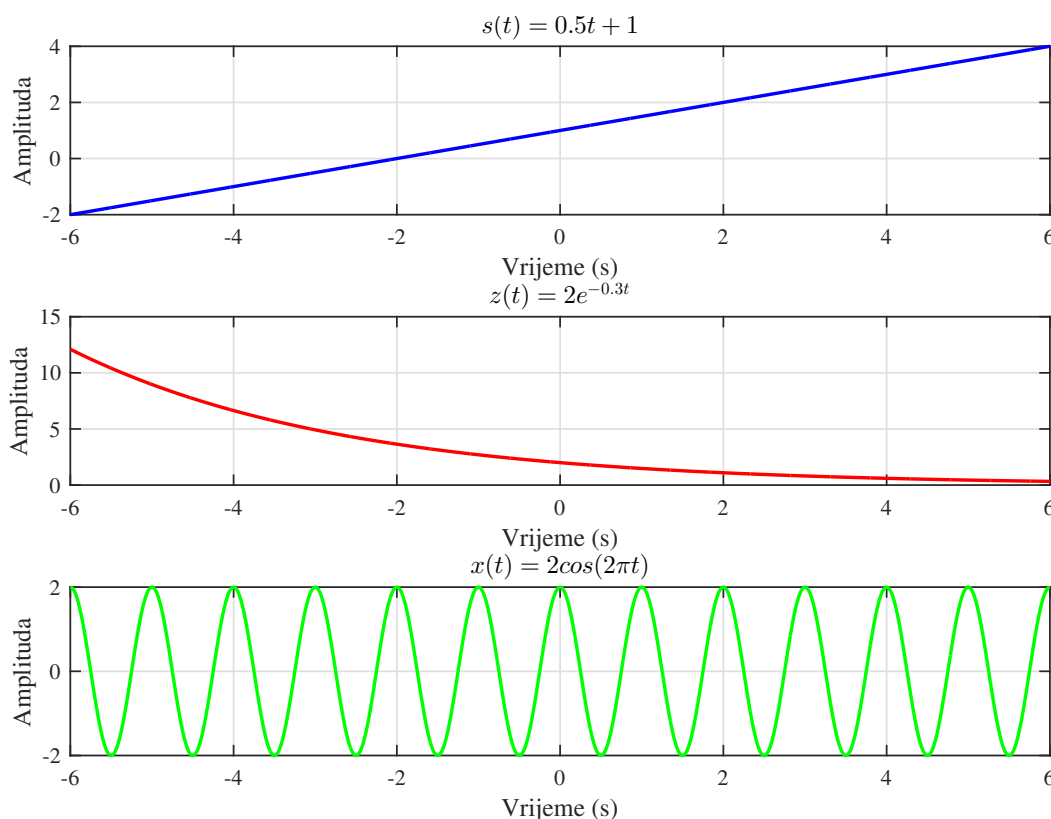
gdje je A amplituda signala (maksimalna vrijednost), f je frekvencija signala koja određuje broj oscilacija u sekundi (izražena u Hercu, Hz), dok je ϕ inicijalna faza koja definiše početnu tačku signala u vremenu.

Eksponencijalni signal opisuje promjene koje rastu ili opadaju eksponencijalno tokom vremena. Ovakav signal se može zapisati u obliku:

$$z(t) = A e^{-\alpha t}, \quad (3)$$

gdje je A početna amplituda signala, dok α predstavlja konstantu opadanja ili rasta koja određuje brzinu eksponencijalne promjene (pozitivna vrijednost α dovodi do opadanja signala, dok negativna vrijednost α dovodi do eksponencijalnog rasta).

Eksponecijalni signal se često koristi za modelovanje prirodnih procesa kao što su punjenje i pražnjenje kondenzatora u električnim kolima, pad i rast populacije.



Slika 1: Prezentacija linearnog, eksponencijalnog i kosinusnog signala.

Svojstva na osnovu kojih se mogu opisati kontinualni signali su dati u nastavku.

- Amplituda signala predstavlja maksimalnu vrijednost koju signal može postići. U kontekstu sinusoidalnih signala, amplituda se definiše kao vrhunska vrijednost talasa. Amplituda se može izraziti kao:

$$A_x = \max(|f(t)|), \quad (4)$$

gde je $f(t)$ funkcija signala u vremenu t .

- Periodičnost signala znači da se signal ponavlja u pravilnim vremenskim intervalima. Periodični signali imaju određeni period T , koji se definiše kao vrijeme potrebno da se signal ponovi. Matematički, signal $f(t)$ je periodičan ako važi:

$$f(t) = f(t + T), \quad (5)$$

za svako t . Primjer periodičnog signala su sinusoidalni signali, koji se mogu

opisati formulom:

$$x_1(t) = A \sin(2\pi f t + \phi), \quad (6)$$

gde je $T = \frac{1}{f}$ perioda sinusnog signala.

- Energija signala definisana je kao integral kvadrata modula signala na posmatranom intervalu, odnosno:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt. \quad (7)$$

- Srednja snaga signala mjeri se kao energija signala podijeljena sa vremenskim intervalom u kojem se signal posmatra. Srednja snaga kontinualnog signala $f(t)$ može se izračunati pomoću sledeće formule:

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt. \quad (8)$$

Snaga signala daje informaciju o tome koliko energije signal prenosi u jedinici vremena. Kontinualni signali, kao što su periodični sinusoidalni signali, mogu imati beskonačnu energiju, ali konačnu snagu.

2.2 Furijeova transformacija

Furijeova transformacija (engl. *Fourier transform* – FT) je matematički alat koji se koristi za analizu i predstavljanje kontinualnih signala u frekvencijskom domenu. Furijerova transformacija kontinualnog signala $x(t)$ definiše se kao:

$$X(jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt. \quad (9)$$

Da bi postojala Furijeova transformacija, neophodno je da je signal $x(t)$ apsolutno integrabilan tj. da važi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| < \infty. \quad (10)$$

Inverzna Furijeova transformacija se dobija formulom:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(jf) e^{j2\pi f t} df. \quad (11)$$

Moduo Furijeove transformacije $|X(jf)|$ poznat je kao amplitudski spektar signala. Eksponencijalni signal oblika $A e^{j2\pi f_0 t}$ ima jednu spektralnu komponentu u domenu Furijeove transformacije, i to na frekvenciji f_0 . S druge strane, sinusni signal s određenom frekvencijom, poput $A \sin(2\pi f_0 t)$, ima dvije spektralne komponente u Furijeovom domenu, i to na frekvencijama $+f_0$ i $-f_0$. Proizvoljni signal $x(t)$, koji

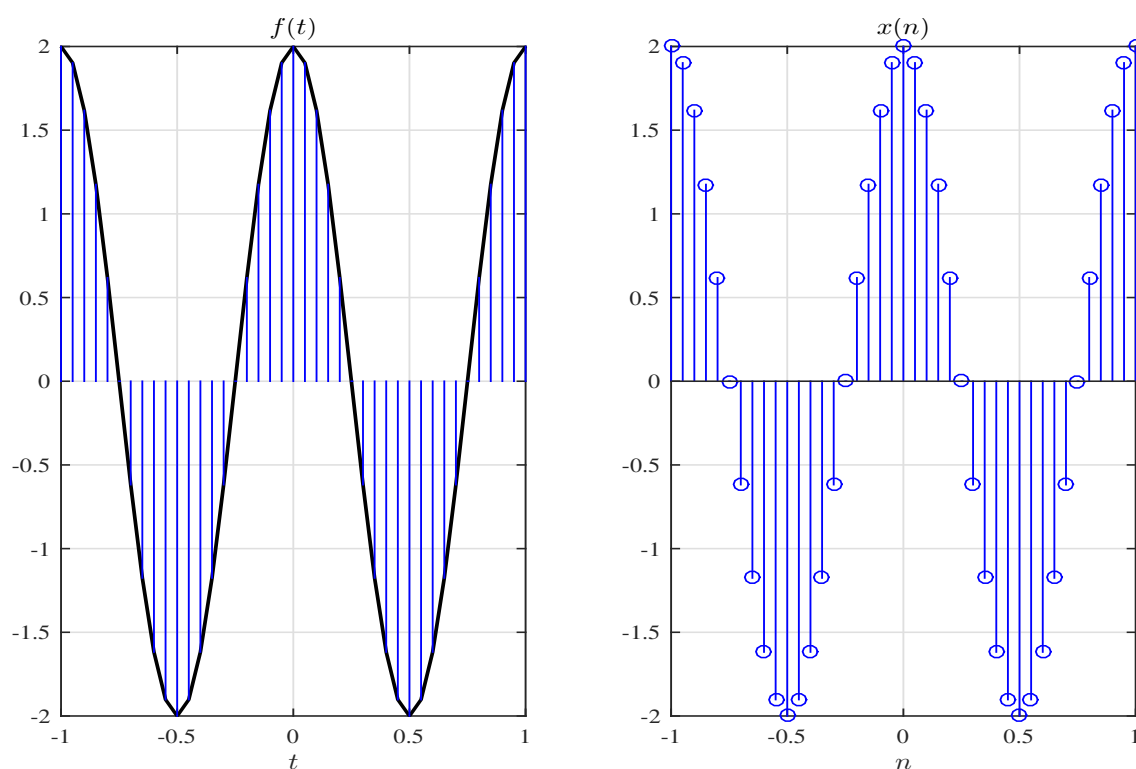
ispunjava Dirihleove uslove, može se predstaviti u Furijeovom domenu. Identifikacija spektralnih komponenti omogućava analizu složenih signala, što može pomoći u razumijevanju njihovih karakteristika kao što su frekvencije, amplitude i faze. Na Furijeovoj analizi je zasnovan i koncept filtriranja. Filtriranjem se određene spektralne komponente mogu propustiti, a druge eliminisati iz signala, na primjer, u svrhu uklanjanja šuma.

2.3 Diskretni signali

Diskretni signal je definisan kao niz vrijednosti koje su obično uzete u određenim vremenskim intervalima iz kontinualnog signala. Ovi signali su predstavljeni kao funkcija cjelobrojnih indeksa $x(n)$, pri čemu svaki indeks označava odabirak u vremenu. Kontinualni signal $f(t)$ se može uzorkovati (odabrati) kao:

$$x(n) = T f(nT), \quad (12)$$

gde je T period uzorkovanja koji predstavlja rastojanje između tačaka gdje se odabiranje obavlja, a n cio broj koji označava redosled uzorka.



Slika 2: Prikaz kontinualnog signala $f(n)$ i diskretnog signala $x(n)$ dobijenog negovim uzorkovanjem. Na desnoj slici je prikazan diskretni signal $x(n)$ čija je amplituda skalirana sa T .

Posmatra se Furijeova transformacija $|X(jf)|$ kontinualnog signala $x(t)$, za koju važi da je $|X(jf)| = 0$ ako je $f > f_m$. Frekvenciju f_m , za koju važi prethodno navedeno, nazivamo maksimalnom frekvencijom. Originalni kontinualni signal $f(t)$ sa odbircima $x(n)$, moguće je rekonstruisati na osnovu odbiraka $x(n)$, bez greške, ako period odabiranja zadovoljava uslov $T < \frac{1}{2f_m}$, odnosno, ako frekvencija odabiranja zadovoljava uslov $f_s > 2f_m$. Prethodno opisana formulacija predstavlja teoremu o odabiranju [4]. Formula za rekonstrukciju kontinualnog signala je:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT) \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}(t - nT)\right)}{\frac{\pi}{T}(t - nT)}. \quad (13)$$

2.4 Diskretna Furijeova transformacija

Furijeova transformacija za posmatrani diskretni signal $x(n)$ je definisana izrazom [4]:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot e^{-j\omega n}, \quad (14)$$

dok je njegova inverzna transformacija data u obliku:

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) \cdot e^{j\omega n} d\omega. \quad (15)$$

Uslov za egzistenciju Furijeove transformacije diskretnog signala (14) je apsolutna sumabilnost diskretnog signala $x(n)$ tj.

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)| < \infty. \quad (16)$$

Notacija $X(e^{j\omega})$ [4] je korišćena kako bi se istaklo da se posmatra periodična funkcija sa normalizovanom frekvencom ω čija je perioda 2π . Pošto su jednačine (14) i (15) vezane za primjenu kontinualne frekvencije, radi numeričke obrade signala, često se koristi diskretna forma Furijeve transformacije diskretnih signala, koja se dobija uzorkovanjem Furijeve transformacije diskretnog signala $X(e^{j\omega})$ sa korakom $\Delta\omega = \frac{2\pi}{N}$.

Diskretna Furijeova transformacija (DFT), dakle, transformiše sekvencu od N brojeva (diskretni signal $x(n)$) u sekvencu od N kompleksnih brojeva koji reprezentuju frekvencijski domen. DFT signala $x(n)$ je data izrazom:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad (17)$$

dok je inverzna DFT data kao

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn}. \quad (18)$$

Jednačina (17) se može zapisati u matricnoj formi kao $\mathbf{X} = \Phi \mathbf{x}$, gdje u ovom slučaju Φ predstavlja DFT transformacionu matricu dimenzija $N \times N$ koja se dobija kao

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}k} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}k(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

2.5 Signali zašumljeni impulsnim šumom

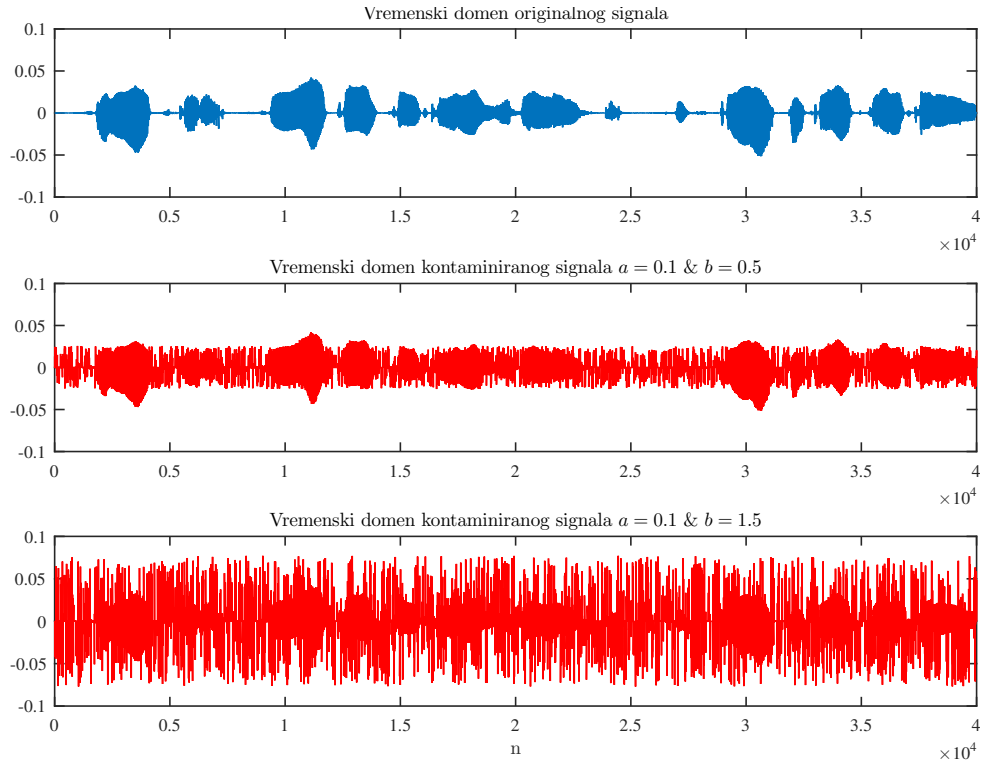
Neka se posmatra diskretni signal $y(n)$, sa odbircima $y(0), y(1), \dots, y(N-1)$. U slučaju kada je oštećen impulsnim šumom, ovaj signal se može zapisati na sljedeći način:

$$y_e(n) = \begin{cases} y(n), & \text{if } n \notin \mathbb{N}_t \\ \varepsilon, & \text{if } n \in \mathbb{N}_t \end{cases}, \quad (20)$$

gdje je $\mathbb{N}_t$ niz koji sadrži pozicije zašumljenih odbiraka. Sa ε označen je impulsni šum, koji uzima vrijednosti iz domena $[-b \max(|\mathbf{y}|), -a \max(|\mathbf{y}|)]$ i $[a \max(|\mathbf{y}|), b \max(|\mathbf{y}|)]$ sa uniformnom distribucijom, gdje je $0 < a < b$. Parametri a i b definišu granice domena u kojem impulsni šum uzima svoje vrijednosti, dok operator $\max(|\cdot|)$ uzima najveći element iz skupa apsolutnih vrijednosti svih elemenata niza. Vrijednosti iz oba domena su podjednako vjerovatne.

Na Slici 3 su prikazana dva zašumljena signala. Kod prvog, šum je generisan sa parametrima $a = 0.1$ i $b = 1.5$, dok je kod drugog šum generisan korišćenjem parametara $a = 0.1$ i $b = 0.5$. Kao što se može primijetiti, vrijednosti impulsnog šuma drugog zašumljenog signala se nalaze unutar opsega vrijednosti originalnog signala, što znači da jednostavni impulsni detektori, kao limiteri, ne mogu biti primijenjeni u ovom slučaju.

Naime, upotreba limitera, koji rade na osnovu fiksni pragova ne bi bila efikasna, jer šum ne izlazi izvan granica koje su definisane originalnim signalom. Dodatno, impulsni šum je generisan zamjenom vrijednosti originalnog signala na 5% slučajnih pozicija vrijednostima uzetim iz intervala $[-b \max(|\mathbf{y}|), -a \max(|\mathbf{y}|)]$ i $[a \max(|\mathbf{y}|), b \max(|\mathbf{y}|)]$ slučajno sa uniformnom raspodjelom.



Slika 3: Izgled dva zašumljena signala za različite vrijednosti parametara a i b .

2.6 Osnove kompresivnog odabiranja

Neka je diskretni signal

$$\mathbf{y} = [y(0), y(1), y(2), \dots, y(N-1)]^T, \quad (21)$$

predstavljen u nekom domenu transformacije vektorom koeficijenata

$$\mathbf{Y} = [Y(0), Y(1), Y(2), \dots, Y(N-1)]^T, \quad (22)$$

gdje $(\cdot)^T$ predstavlja operator transponovanja. Signal $y(n)$ se smatra rijetkim ako je broj nenulih vrijednosti, K , u posmatranom domenu transformacije mnogo manji od broja N , koji predstavlja dužinu signala. Drugim riječima, važi da je $Y(k) = 0$ za $k \notin \mathbb{K}$ i $Y(k) \neq 0$ za $k \in \mathbb{K}$, gdje je $\mathbb{K} = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_K\}$ i $K \ll N$. Broj nenulih koeficijenata se obično izražava tzv. ℓ_0 -normom

$$\|\mathbf{Y}\|_0 = K. \quad (23)$$

U obradi signala [4], [18], poznato je da se signal u transformacionom domenu

predstavlja formulom:

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n)\phi_k(n), \quad (24)$$

gdje $y(n)$ predstavlja originalni signal, $k = 0, 1, \dots, N-1$, a $\phi_k(n)$ predstavlja transformacione koeficijente za određeni domen. Jednačina (24) se može zapisati kao sistem od N jednačina

$$\begin{bmatrix} Y(0) \\ Y(1) \\ \vdots \\ Y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0(0) & \phi_0(1) & \dots & \phi_0(N-1) \\ \phi_1(0) & \phi_1(1) & \dots & \phi_1(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N-1}(0) & \phi_{N-1}(1) & \dots & \phi_{N-1}(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

ili u matričnoj formi kao

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{y}, \quad (26)$$

gdje je Φ transformaciona matrica dimenzija $N \times N$. Na isti način moguće je rekonstruisati originalni signal kao lineranu kombinaciju koeficijenata transformacionog domena

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} Y(k)\psi_n(k), \quad (27)$$

gdje su koeficijenti $\psi_n(k)$ dobijeni iz inverzne matrice transformacionih koeficijenata $\phi_k(n)$ kao

$$\begin{bmatrix} \psi_0(0) & \psi_0(1) & \dots & \psi_0(N-1) \\ \psi_1(0) & \psi_1(1) & \dots & \psi_1(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{N-1}(0) & \psi_{N-1}(1) & \dots & \psi_{N-1}(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0(0) & \phi_0(1) & \dots & \phi_0(N-1) \\ \phi_1(0) & \phi_1(1) & \dots & \phi_1(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N-1}(0) & \phi_{N-1}(1) & \dots & \phi_{N-1}(N-1) \end{bmatrix}^{-1}. \quad (28)$$

Na isti način, jednačina (27) može biti zapisana kao sistem od N jednačina

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_0(0) & \psi_0(1) & \dots & \psi_0(N-1) \\ \psi_1(0) & \psi_1(1) & \dots & \psi_1(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{N-1}(0) & \psi_{N-1}(1) & \dots & \psi_{N-1}(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(0) \\ Y(1) \\ \vdots \\ Y(N-1) \end{bmatrix}, \quad (29)$$

ili u matričnoj formi

$$\mathbf{y} = \Psi \mathbf{Y} = \Phi^{-1} \mathbf{Y}, \quad (30)$$

gdje je Ψ inverzna transformaciona matrica dimenzija $N \times N$. Kako za vektor $\mathbf{Y}$ važi

da je rijedak, sistem (29) može biti zapisan u sledećem obliku

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_0(k_1) & \psi_0(k_2) & \dots & \psi_0(k_K) \\ \psi_1(k_1) & \psi_1(k_2) & \dots & \psi_1(k_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{N-1}(k_1) & \psi_{N-1}(k_2) & \dots & \psi_{N-1}(k_K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(k_1) \\ Y(k_2) \\ \vdots \\ Y(k_K) \end{bmatrix}, \quad (31)$$

ili u matričnoj formi kao

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Psi}_k \mathbf{Y}, \quad (32)$$

gdje je matrica $\mathbf{\Psi}_k$ dimenzija $N \times K$.

U kompresivnom odabiranju, često se koristi termin mjerne vrijednosti. Mjerna vrijednost predstavlja linearnu kombinaciju koeficijenata signala u posmatranom domenu transformacije

$$s(m) = \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) \rho_m(k), \quad (33)$$

gdje je $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$ mjerni indeks, pri čemu je $M < N$, a $\rho_m(k)$ označava težinske koeficijente. Jednačina (33) se može predstaviti u matričnoj formi

$$\mathbf{s} = \mathbf{A} \mathbf{Y}, \quad (34)$$

gdje $\mathbf{A}$ predstavlja mjernu matricu dimenzija $M \times N$, ili kao sistem od M jednačina u formi

$$\begin{bmatrix} s(0) \\ s(1) \\ \vdots \\ s(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0(0) & \rho_0(1) & \dots & \rho_0(N-1) \\ \rho_1(0) & \rho_1(1) & \dots & \rho_1(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{M-1}(0) & \rho_{M-1}(1) & \dots & \rho_{M-1}(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(0) \\ Y(1) \\ \vdots \\ Y(N-1) \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Redukovani skup mjerenja, $s(0), s(1), s(M-1)$, može biti rezultat strategije za komprimovanu reprezentaciju signala $s(n)$, ili može biti uzrokovan fizičkom nedostupnošću preostalih odbiraka ili ograničenjima koja postoje u fizičkom procesu kojim se vrši akvizicija signala. U kontekstu ovog rada, preostali odbirci nijesu dostupni usljed oštećenja impulsnim smetnjama. Kompresivno odabiranje se može koristiti za redukovanu reprezentaciju signala, pogodnu za skladištenje i prenos, uz očuvanje svih informacija koje je originalni signal sadržao.

S obzirom da vektor $\mathbf{Y}$ ima nenulte vrijednosti samo za mali broj K pozicija sistem jednačina (35) možemo pojednostaviti kao

$$\begin{bmatrix} s(0) \\ s(1) \\ \vdots \\ s(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0(k_1) & \rho_0(k_2) & \dots & \rho_0(k_K) \\ \rho_1(k_1) & \rho_1(k_2) & \dots & \rho_1(k_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{M-1}(k_1) & \rho_{M-1}(k_2) & \dots & \rho_{M-1}(k_K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(k_1) \\ Y(k_2) \\ \vdots \\ Y(k_K) \end{bmatrix}, \quad (36)$$

ili u matricnoj formi kao

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K. \quad (37)$$

Matrica $\mathbf{A}_K$ dimenzija $M \times K$ dobija se uzimanjem kolona kojima odgovaraju nenulte vrijednosti vektora $\mathbf{Y}$.

Obično mjerna matrica u kompresivnom odabiranju ima slučajne vrijednosti, kao što je slučaj Gausove i Bernulijeve matrice. Međutim, za razmatranja u ovom radu, od interesa je mjerna matrica $\mathbf{A}$, koja se dobija kad se uzme podskup redova matrice $\mathbf{\Psi}$. U ovom slučaju važi $\mathbf{s} \subseteq \mathbf{y}$, sastavljen od M odbiraka. Mjerne vrijednosti predstavljaju linearnu kombinaciju odbiraka originalnog signala

$$\mathbf{s} = \mathbf{D}\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{\Psi}\mathbf{Y}, \quad (38)$$

gdje je matrica $\mathbf{D} = \mathbf{A}\mathbf{\Psi}^{-1}$ dimenzija $M \times N$. U CS algoritmima $\mathbf{s}$ predstavlja dostupne odbirke signala $\mathbf{y}$.

2.7 Koherentnost

U kompresivnom odabiranju [4], [18], koherencijski indeks (ili koherentnost) je ključna mjera koja se koristi za kvantifikaciju korelacije između različitih kolona mjerne matrice $\mathbf{D}$. Drugim riječima koherencija ima ulogu u određivanju efikasnosti mjerne matrice u rekonstrukciji rijetkih signala.

Od velikog značaja kod rekonstrukcije signala u kompresivnom odabiranju je matrica $\mathbf{D}^H \mathbf{D}$, gdje operator $(\cdot)^H$ predstavlja Hermitsko transponovanje. Dijagonalne elemente matrice $\mathbf{D}^H \mathbf{D}$ dobijamo kao

$$d_{ii} = \sum_{m=0}^{M-1} \rho_m^*(i) \rho_m(i) = \langle \rho(i)^*, \rho(i) \rangle, \quad (39)$$

dok elemente van dijagonale dobijamo kao

$$d_{ij} = \sum_{m=0}^{M-1} \rho_m^*(i) \rho_m(j) = \langle \rho^*(i), \rho(j) \rangle, \quad i \neq j, \quad (40)$$

gdje $\rho_m(i)$ predstavlja koeficijente i -te kolone matrice $\mathbf{D}$, a $\rho_m(j)$ koeficijente j -te kolone. Sa $\langle \rho^*(i), \rho(j) \rangle$ je označen skalarni proizvod koeficijenata i -te i j -te kolone

matrice $\mathbf{D}$.

Koherencijski indeks matrice $\mathbf{D}$ je definisan kao maksimalna absolutna vrijednost normalizovanog skalarnog proizvoda njene dvije kolone

$$\mu = \max |\mu(i, j)|, \quad i \neq j, \quad (41)$$

gdje je

$$\mu(i, j) = \frac{d_{ij}}{d_{ii}} = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} \rho_m^*(i) \rho_m(j)}{\sum_{m=0}^{M-1} \rho_m^*(i) \rho_m(i)} = \frac{\langle \rho^*(i), \rho(j) \rangle}{\langle \rho^*(i), \rho(i) \rangle}. \quad (42)$$

Nizak koherencijski indeks obično je povezan sa boljim performansama u rekonstrukciji rijetkih signala. Zapravo, jedan od poznatih uslova u kompresivnom odabiranju navodi da se rijetki signal može rekonstruisati korišćenjem algoritama konveksne optimizacije ako rijetkost K signala zadovoljava nejednakost [4]

$$K < \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu} \right). \quad (43)$$

Ova nejednakost pokazuje da niža koherencija omogućava rekonstrukciju signala sa višim nivoima rijetkosti. Koherencijski indeks takođe ne može biti proizvoljno mali za matricu $\mathbf{D}$ dimenzija $M \times N$, te minimum određujemo Velšovom granicom [4]

$$\mu \geq \sqrt{\frac{N - M}{M(N - 1)}}. \quad (44)$$

2.8 Rekonstrukcija rijetkog signala zasnovana na ℓ_0 -normi

U sistemu mjernih jednačina obično je prisutno M od N odbiraka koji mogu biti smatrani dostupnim, $s(m) = y(n_m)$ gdje je $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$, $2K < M < N$. N predstavlja broj odbiraka u audio signalu $\mathbf{y}$, a $\mathbf{s}$ vektor dostupnih odbiraka dimenzija $M \times 1$, dok je K broj nenulih vrijednosti u posmatranom domenu transformacije. Ako je $\mathbf{Y}$ označen kao vektor koeficijenata u transformacionom domenu (domenu rijetkosti) signala sa svim dostupnim odbircima, dimenzija $N \times 1$, proces dobijanja dostupnih odbiraka može biti zapisan kao

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{Y}. \quad (45)$$

Jednačina (45) je matrična forma inverzne transformacije, gdje $\mathbf{A}$ predstavlja inverznu transformacionu matricu dimenzija $M \times N$, koja se dobija uklanjanjem redova koji odgovaraju nedostupnim pozicijama.

Cilj CS-a je rekonstrukcija signala na osnovu dostupnih odbiraka $s(m) = y(n_m)$. U sistemima kompresivnog odabiranja, rekonstrukcija se vrši tako što se pronalazi najređi vektor $\mathbf{Y}$, koji zadovoljava sistem jednačina mjerenja iz (45), te se optimizacioni problem može zapisati kao

$$\min \|\mathbf{Y}\|_0, \text{ pod uslovom } \mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{Y}. \quad (46)$$

I ako je ustanovljeno da se ℓ_0 -norma ne može direktno primijeniti u minimizacionim procedurama [3]- [11], moguće je jednačinu (46) riješiti implicitno, pronalaženjem nenulih pozicija $\mathbb{K} = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_K\}$ u posmatranom domenu transformacije pod uslovom da je $K \ll N$, primjenom procedure koja je opisana u narednoj sekciji.

2.8.1 Rekonstrukcija bazirana na poznatim pozicijama koeficijenata

Neka je $\mathbf{y} = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T$ vektor sastavljen od odbiraka diskretnog signala $y(n)$, koji ima rijetku reprezentaciju u nekom domenu transformacije u vidu vektora koeficijenata $\mathbf{Y} = [Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)]^T$. Kako je $\mathbf{Y}$ definisan kao rijetki vektor od K nenulih koeficijenata, tj. važi $K \ll N$, on se može zapisati kao $\mathbf{Y}_K = [Y(k_0), Y(k_1), \dots, Y(k_K)]^T$, gdje $\mathbb{K} = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_K\}$ predstavlja skup pozicija nenulih vrijednosti vektora $\mathbf{Y}$. Kako je u sistemu mjernih jednačina obično prisutno M od N odbiraka od diskretnog signala $\mathbf{y}$ (promjenljivih posmatranog sistema), gdje je $M \leq N$, onda važi da je

$$s(m) = y(n_m) = \sum_{k \in \mathbb{K}} Y(k) \rho_m(k), \quad (47)$$

gdje $m \in \mathbb{M} = \{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ predstavlja skup pozicija dostupnih odbiraka signala $y(n)$, a $s(m)$ označava dostupne odbirke (mjerenja). Matrična forma jednačine (47) je data u obliku $\mathbf{s} = \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K$.

Minimizacijom kvadrata razlike između dostupnih odbiraka i njihovih vrijednosti dobijenih pomoću koeficijenata $Y(k)$, dobijamo rješenje u smislu metode najmanjih kvadrata kao

$$\begin{aligned} e^2 &= \sum_{m \in \mathbb{M}} |e(m)|^2 = \sum_{m \in \mathbb{M}} \left| s(m) - \sum_{k \in \mathbb{K}} Y(k) \rho_m(k) \right|^2 = \\ &= (\mathbf{s} - \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K)^H (\mathbf{s} - \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K) = \|\mathbf{s}\|_2^2 - 2\mathbf{Y}_K^H \mathbf{A}_K^H \mathbf{s} + \mathbf{Y}_K^H \mathbf{A}_K^H \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K. \end{aligned} \quad (48)$$

Ovaj problem minimizacije može biti zapisan u obliku:

$$\min \|\mathbf{s} - \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K\| = \min \left\{ (\mathbf{s} - \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K)^H (\mathbf{s} - \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K) \right\}. \quad (49)$$

Diferenciranjem kvadratne greške e^2 po vektoru nepoznatih koeficijenata $\mathbf{Y}_K^H$, dobijamo minimum od e^2 kao

$$\frac{\partial e^2}{\partial \mathbf{Y}_K^H} = -2\mathbf{A}_K^H \mathbf{s} + 2\mathbf{A}_K^H \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K = 0, \quad (50)$$

čije je dalje rješenje dato izrazom:

$$\mathbf{Y}_K = (\mathbf{A}_K^H \mathbf{A}_K)^{-1} \mathbf{A}_K^H \mathbf{s} = \text{pinv}(\mathbf{A}_K) \mathbf{s}. \quad (51)$$

Operator $\text{pinv}(\cdot)$ predstavlja pseudo-inverziju date matrice (redukovane mjerene matrice $\mathbf{A}_K$).

2.8.2 OMP algoritam

U ovoj podsekciji je prikazana procedura za estimaciju skupa $\mathbb{K}$ pozicija nenulnih vrijednosti u vektoru koeficijenata $\mathbf{Y}$. Metoda koja će se posmatrati naziva se OMP (engl. *Orthogonal Matching Pursuit*), koja predstavlja pristup za rekonstrukciju signala baziran na principima kompresivnog odabiranja.

Na algoritmu 1 je prikazan pseudo kod OMP algoritma. Prisutna su četiri ulaza u algoritam, koji su vektor mjerenja $\mathbf{s}$, mjerna matrica $\mathbf{A}$, broj koeficijenata izabranih po iteraciji l i zahtijevana tačnost ε . OMP algoritam je zasnovan na projektovanju vektora mjerenja $\mathbf{s}$ na kolone mjerne matrice $\mathbf{A}_j$, čije kolone odgovaraju nizu pozicija nenulnih koeficijenata $\mathbb{T}_j$ u posmatranoj iteraciji.

Na početku se inicijalizuje vektor $\mathbf{e} = \mathbf{s}$. Kako se prolazi kroz iteraciju, u niz $\mathbb{T}_j$ dodaju se l pozicija najvećih vrijednosti u vektoru $|\mathbf{A}^H \mathbf{e}|$. Nakon ažuriranja niza $\mathbb{T}_j$, dobija se vektor rekonstrukcionih koeficijenata u posmatranom domenu transformacije

$$\mathbf{Y}_j = \text{pinv}(\mathbf{A}_j) \mathbf{s}. \quad (52)$$

Uz pomoć koeficijenata $\mathbf{Y}_j$ može se riješavati sistem (46) u cilju pronalazka minimuma $\|\mathbf{s} - \mathbf{A}_j \mathbf{Y}_j\|_2^2$. Kako bi se pronašao minimum iz iteracije u iteraciju ažurira se $\mathbf{e} = \mathbf{s} - \mathbf{A}_j \mathbf{Y}_j$.

U slučaju kad $\mathbf{e} = 0$ ili kad su njegove vrijednosti približne nuli, može se smatrati da je postupak završen i da je pronađeno rješenje sa vrijednostima iz vektora $\mathbf{Y}_j$ za pozicije $\mathbb{T}_j$ i sa vrijednostima jednakim 0 za ostale pozicije.

Algoritam 1 OMP algoritam

Ulaz : signal sa dostupnim odbircima $\mathbf{s}$, mjerna matrica $\mathbf{A}$, broj izabranih pozicija po iteraciji l i zahtijevana tačnost ε

```

 $\mathbb{T}_j \leftarrow \emptyset$ 
 $\mathbf{e} \leftarrow \mathbf{s}$ 
while  $\|\mathbf{e}\| < \varepsilon$  do
     $(j_1, j_2, \dots, j_l)$  pozicije  $l$  najvećih vrijednosti u vektoru  $|\mathbf{A}^H \mathbf{e}|$ 
     $\mathbb{T}_j \leftarrow \mathbb{T}_j \cup \{j_1, j_2, \dots, j_l\}$ 
     $\mathbf{A}_j \leftarrow \mathbf{A}(:, \mathbb{T}_j)$ 
     $\mathbf{Y}_j \leftarrow \text{pinv}(\mathbf{A}_j) \mathbf{s}$ 
     $\mathbf{s}_j \leftarrow \mathbf{A}_j \mathbf{Y}_j$ 
     $\mathbf{e} \leftarrow \mathbf{s} - \mathbf{s}_j$ 
end while
 $\mathbf{Y} \leftarrow \begin{cases} \mathbf{Y}_j, & \text{ako } \mathbb{T}_j \\ 0, & \text{ostalo} \end{cases}$ 

```

Izlaz : rekonstruisani koeficijenti $\mathbf{Y}$

2.9 Rekonstrukcija rijetkog signala zasnovana na ℓ_1 -normi

Minimizacija ℓ_0 -norme predstavlja izazovan problem zbog svoje nekonveksne prirode, što znači da standardne metode poput iterativnih algoritama i linearnih programskih tehnika ne mogu biti primijenjene. Jedan od pristupa rješavanju ovog problema jeste zamjena ℓ_0 -norme njenom najbližom konveksnom aproksimacijom – ℓ_1 -normom, koja predstavlja sumu apsolutnih vrednosti elemenata vektora. Pokazano je da, pod određenim uslovima, minimizacija ℓ_1 -norme može da rezultira istim rešenjem kao i minimizacija ℓ_0 -norme [4]- [7], čime se značajno olakšava problem.

Neka je $\mathbf{Y}$ vektor koeficijenata u nekom domenu transformacije dužine N sa K nenultih koeficijenata pri čemu važi da je $K \ll N$. Vektor mjerenja $\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{Y}$, gdje je mjerna matrica $\mathbf{A}$ dimenzija $M \times N$, a vektor $\mathbf{s}$ dužine M . Problem rekonstrukcije kompresivnog odabiranja može biti formulisan korišćenjem ℓ_1 -norme na sljedeći način:

$$\min \|\mathbf{Y}\|_1, \text{ pod uslovom } \mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{Y}, \quad (53)$$

što je ekvivalentno prethodnoj formulaciji problema preko ℓ_0 -norme.

2.9.1 Rekonstrukcija zasnovana na gradijentnom algoritmu

Kao ilustrativni primjer rekonstrukcije zasnovane na ℓ_1 -normi, u ovom radu, posmatraće se gradijentni algoritam rekonstrukcije [7], gdje se nedostajući odbirci tretiraju kao promjenljive u procesu optimizacije. Njihove vrijednosti se prilagođavaju dok se ne postigne minimum mjere retkosti, odnosno ℓ_1 -norme transformacionih koeficijenata $\|\mathbf{Y}\|_1$.

U ovom algoritmu koristi se gradijent funkcije rijetkosti za nalaženje rešenja, pri čemu postupak odgovara metodi najbržeg spuštanja. Važno je napomenuti da je ℓ_1 -norma $\|\mathbf{Y}\|_1$, koja predstavlja mjeru koncentracije koeficijenata, je konveksna funkcija u prostoru nedostajućih vrijednosti (odbiraka).

U Algoritmu 2 je prikazan postupak rekonstrukcije bazirane na gradijentnom algoritmu. Kao ulaz u algoritam dovodi se zašumljeni signal $\mathbf{y}_i$ dužine N i vektor nedostajućih pozicija (nedostupnih vrijednosti) $\mathbb{N}_y$. U kontekstu problema uklanjanja impulsnih smetnji kod audio signala, ovaj vektor pozicija zapravo predstavlja skup detektovanih impulsnih smetnji. Detekcija će, kao što će biti objašnjeno u nastavku, biti sprovedena zasebnim algoritmima.

Kod gradijentnog algoritma, razmatra se signal koji na pozicijama nedostupnih odbiraka ima inicijalno vrijednosti jednake 0. Drugim riječima, sve minimizacione varijable se inicijalizuju na 0,

$$Y_i^{(0)}(n) = \begin{cases} y_i(n), & \text{if } n \notin \mathbb{N}_y \\ 0, & \text{if } n \in \mathbb{N}_y \end{cases}. \quad (54)$$

Vrijednosti na pozicijama $n \in \mathbb{N}_y$ predstavljaju minimizacione varijable, i biće varirane u cilju minimizacije $\|\mathbf{G}\|_1$.

Za svaku poziciju $n_i \in \mathbb{N}_y$, se dodaje i oduzima vrijednost Δ , zatim se formiraju dva pomoćna signala $\mathbf{T}_1$ i $\mathbf{T}_2$, i računaju odgovarajući transformacioni koeficijenti $\mathbf{G}_1 = \Phi \mathbf{T}_1$ i $\mathbf{G}_2 = \Phi \mathbf{T}_2$, gdje Φ predstavlja transformacionu matricu dimenzija $N \times N$. I na kraju kako se povećava broj iteracija kroz algoritam smanjujemo Δ kako bi se dobili precizniji rezultati. Δ je na početku inicijalizovano na $\max |Y^{(0)}(n)|$. Kao izlaz iz rekonstrukcionog algoritma zasnovanog na gradijentu imamo rekonstruisani signal $\hat{\mathbf{y}}_i$

Razlika ℓ_1 -normi ovih transformacionih vektora pruža aproksimaciju gradijenta mjere koncentracije

$$g(n_i) = \|\mathbf{G}_1\|_1 - \|\mathbf{G}_2\|_1, \quad (55)$$

koji ima ulogu indikatora da li će se vrijednost na poziciji n_i smanjiti ili povećati.

Potom se vrijednost na poziciji n_i ažurira u vidu najbržeg spuštanja

$$Y^{(m+1)}(n_i) = Y^{(m)}(n_i) - g(n_i). \quad (56)$$

Algoritam 2 Algoritam rekonstrukcije baziran na gradijentu

```

function GRADREC( $y, N_y$ )
   $Y^{(0)}(n) \leftarrow \begin{cases} y_i(n), & \text{if } n \notin \mathbb{N}_y \\ 0, & \text{if } n \in \mathbb{N}_y \end{cases}$ 
   $\Delta \leftarrow \max |Y^{(0)}(n)|$ 
  while (dok zahtijevana preciznost nije ispunjena) do
    while (dok kriterijum nije zadovoljen) do
       $\mathbf{Y}^{(m+1)} \leftarrow \mathbf{Y}^{(m)}$ 
      for  $n_i \in \mathbb{N}_y$  do
         $\mathbf{T}_1 \leftarrow \mathbf{Y}^{(m)}$ 
         $\mathbf{T}_2 \leftarrow \mathbf{Y}^{(m)}$ 
         $T_1(n_i) \leftarrow T_1(n_i) + \Delta$ 
         $T_2(n_i) \leftarrow T_2(n_i) - \Delta$ 
         $\mathbf{G}_1 \leftarrow \Phi \mathbf{T}_1$ 
         $\mathbf{G}_2 \leftarrow \Phi \mathbf{T}_2$ 
         $g(n_i) \leftarrow \|\mathbf{G}_1\|_1 - \|\mathbf{G}_2\|_1$ 
         $Y^{(m+1)}(n_i) \leftarrow Y^{(m)}(n_i) - g(n_i)$ 
      end for
       $m \leftarrow m + 1$ 
    end while
     $\Delta \leftarrow \Delta/9$ 
  end while
end function
return  $\hat{\mathbf{y}}_i \leftarrow \mathbf{Y}^{(n)}$ 

```

Tokom iteracija algoritma, parametar Δ se smanjuje kako bi se dobili precizniji rezultati. Korak Δ je na početku inicijalizovan na $\max |Y^{(0)}(n)|$. Kao izlaz iz rekonstrukcionog algoritma zasnovanog na gradijentu dobija se rekonstruisani signal $\hat{\mathbf{y}}_i$.

2.10 DCT transformacija i mjera rijetkosti signala

Diskretna kosinusna transformacija (DCT) je među najvažnijim i najkorišćenijim transformacijama audio signala, zbog svoje sposobnosti da predstavlja podatke

u kompaktnoj formi [3]. Iz ovog razloga se DCT koristi mnogo više od DFT-a kod CS algoritama za rekonstrukciju audio signala i slika [3], [19], [20], [21]. Takođe DCT je našao i primjenu u aplikacijama za poboljšavanje govora (engl. *speech enhancement*) [22].

Ako je posmatrani audio signal u vremenskom domenu predstavljen u vektorskoj formi kao $\mathbf{y} = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T$ gdje N predstavlja dužinu signala, onda je njegova DCT definisana kao vektor

$$\mathbf{G} = [G(0), G(1), G(2), \dots, G(N-1)]^T, \quad (57)$$

koji se sastoji od elemenata

$$G(k) = \sum_{n=0}^{N-1} o_k y(n) \cos\left(\frac{\pi}{N}\left(n + \frac{1}{2}\right)k\right), \quad (58)$$

gdje je $k = 1, 2, \dots, N-1$, ili u matricnoj formi $\mathbf{G} = \Phi \mathbf{y}$, gde Φ označava matricu direktno DCT. Konstanta $o_k = \frac{1}{\sqrt{N}}$ se koristi kada je $k = 0$, a $o_k = \sqrt{\frac{2}{N}}$ gdje je $k \neq 0$. Takođe, originalni signal u vremenskom domenu se dobija pomoću inverzne DCT, pomoću koeficijenata iz vektora $\mathbf{G}$ kao

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} o_k G(k) \cos\left(\frac{\pi}{N}\left(n + \frac{1}{2}\right)k\right), \quad (59)$$

ili $\mathbf{y} = \Phi^{-1} \mathbf{y}$, gde Φ^{-1} predstavlja inverznu DCT matricu. Kako rijetki signali imaju ograničen, odnosno mali broj K nenulih vrijednosti u DCT domenu, onda je moguće uvesti oznaku $G(k_l) = E_l$, $l = 1, 2, \dots, K$, gdje su pozicije k_l iz skupa $\mathbb{K} = \{k_1, k_2, \dots, k_K\} \subseteq \{0, 1, \dots, N-1\}$. Tada, u slučaju signala koji su rijetki u DCT domenu, jednačina (59) dobija sljedeći oblik:

$$y(n) = \sum_{l=1}^K o_{k_l} E_l \cos\left(\frac{\pi}{N}\left(n + \frac{1}{2}\right)k_l\right). \quad (60)$$

U CS-u, kao i u problematici uklanjanja impulsnih smetnji iz audio signala, za koju se u rekonstrukciji nedostupnih vrijednosti koriste isti algoritmi, važi $K \ll N$.

Kao metrika za mjerenje rijetkosti signala može se koristiti ℓ_0 -norma, koja je jednaka broju nenulih DCT koeficijenata:

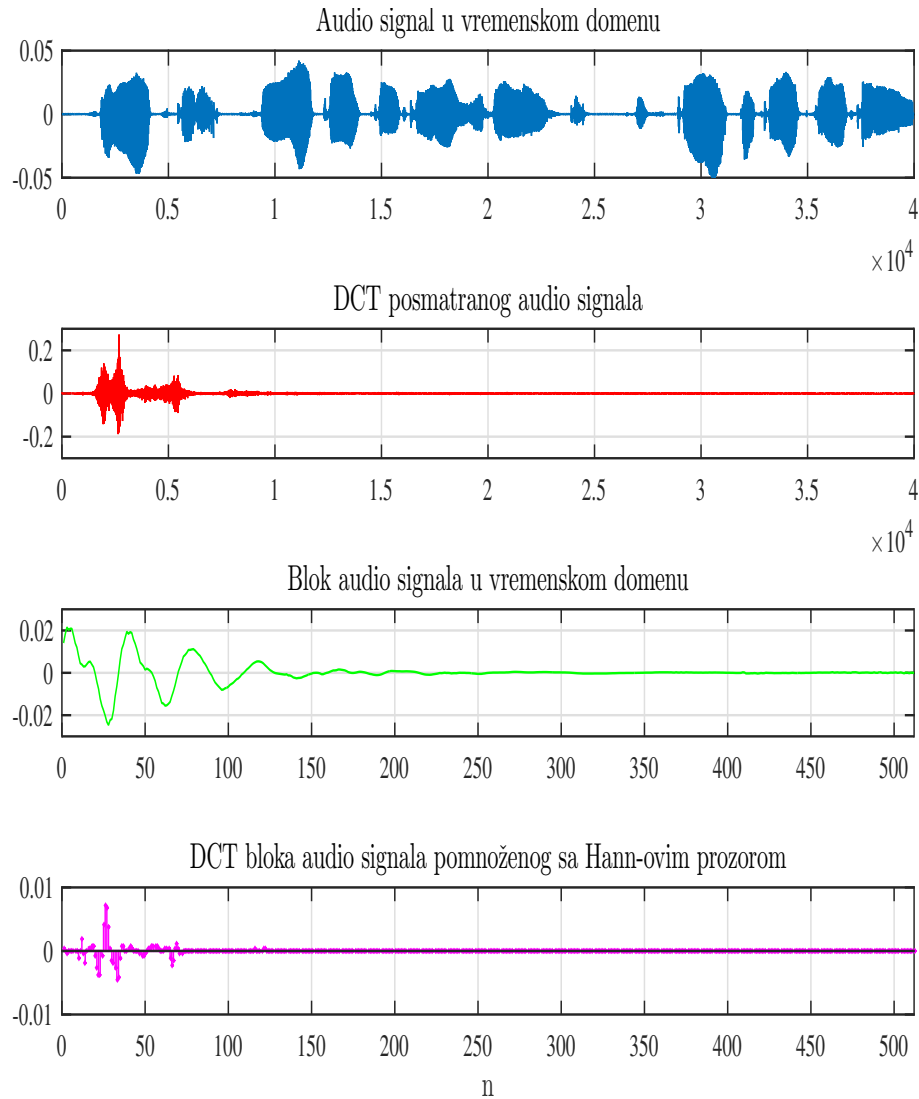
$$\|\mathbf{G}\|_0 = \sum_{k=0}^{N-1} |G(k)|^0. \quad (61)$$

Najčešće se koristi indirektno za CS rekonstrukciju, kod algoritama kao što su OMP ili CoSaMP [4]. Kako ona predstavlja broj nenulih elemenata u posmatranom do-

menu transformacije, što je teško direktno primijeniti u praksi, jer su signali osjetljivi na šumove i greške. U CS-u najčešće kao mjera za rijetkost koristi ℓ_1 -norma DCT koeficijenata, koja je podržana strogim matematičkim dokazima [3], [6], [23]

$$\|\mathbf{G}\|_1 = \sum_{k=0}^{N-1} |G(k)|. \quad (62)$$

Još jedna prednost ℓ_1 -norme je mogućnost njene primjene u rekonstrukciji približno rijetkih signala [3]. Drugim riječima, to su signali koji nijesu potpuno rijetki u DCT domenu, već su samo aproksimativno rijetki, što znači da postoji K značajnih koeficijenata, dok ostali koeficijenati imaju znatno manje vrijednosti u poređenju sa njima. CS algoritmi zasnovani na ℓ_1 -normi mogu biti primijenjeni i u rekonstrukciji nedostajućih vrijednosti u slučaju takvih signala.



Slika 4: Prikaz cijelog i dijela audio signala u vremenskom i DCT domenu.

Na Slici 4, prvi grafik prikazuje audio signal u vremenskom domenu, drugi njegovu DCT transformaciju, treći blok audio signala od 4000 do 4511 odbiraka u vremenskom domenu, dok četvrti grafik prikazuje DCT transformaciju tog bloka s Hann-ovim prozorom dužine 512.

2.11 Upotreba prozora kod DCT-a

U praksi signali često imaju spektralne varijacije u vremenu. Takvi signali nisu rijetki u standardnim transformacionim domenima (DFT, DCT). Kako bi se poboljšala rijetkost, signali se dijele na određeni broj blokova, pri čemu umjesto na čitavom signalu, tehnike CS-a se primjenjuju na blokovima. Na kraju, kompletan signal se dobija iz djelova rekonstruisanih na nivou blokova. Ova tehnika podjele signala na blokove se često vrši pomoću specifičnih prozora, i ima veliku primjenu u procesiranju audio signala [3], [24], [25].

Signal $y(n)$, koji ima veliki broj odbiraka $n = 0, 1, \dots, N - 1$, je podijeljen na blokove:

$$y_i(m) = w(m)y(m + i\frac{M}{2}), \quad (63)$$

gdje $w(m)$ predstavlja prozor kojim se množi posmatrani blok. Dužina prozora je M , gdje $0 < m < M - 1$ i $i = 0, 1, \dots, T - 1$, gdje je T ekvivalentan broju blokova. Broj blokova je u posmatranom slučaju

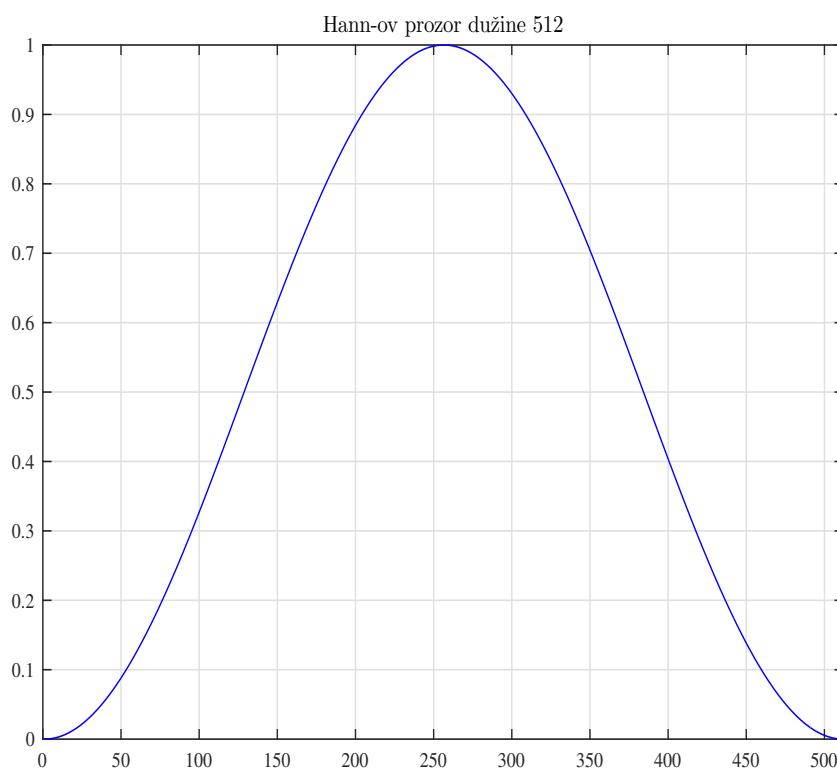
$$T = \text{floor}(\frac{N}{M}) + \text{floor}(\frac{N - \frac{M}{2}}{M}), \quad (64)$$

gdje $\text{floor}(\cdot)$ predstavlja operator koji zaokružuje realni broj na najbliži cio broj koji je manji ili jednak od posmatranog realnog broja. U slučaju kada su nule dodate na kraju i na početku signala, kako bi u zadnjem bloku bilo prisutno M odbiraka, broj blokova je

$$T = \text{ceil}(\frac{N + \frac{M}{2}}{M}) + \text{ceil}(\frac{N}{M}), \quad (65)$$

gdje $\text{ceil}(\cdot)$ predstavlja operator koji zaokružuje realni broj na najbliži cio broj koji je veći ili jednak od posmatranog realnog broja. Prozori kod uzastopnih blokova se preklapaju tako da druga polovina jednog bloka se preklapa sa prvom polovinom sledećeg bloka. Izbor prozora treba da je takav da zadovoljava uslov $w(m) + w(m + \frac{M}{2}) = 1$, gdje $\frac{M}{2} < m < M - 1$, kako bilo moguće rekonstruisati signal kao

$$\hat{y}(n) = \sum_{i=0}^T \hat{y}_i(m + \frac{iM}{2}). \quad (66)$$



Slika 5: Hann-ov prozor od 512 odbiraka.

U ovom radu će isključivo biti korišćen Hann-ov prozor koji je prikazan na Slici 5. Hann-ov prozor se definiše sljedećom relacijom:

$$w(m) = \sin^2\left(\frac{m\pi}{N}\right). \quad (67)$$

U ovom radu razmatraće se sljedeće dužine Hann-ovog prozora: 256, 512 i 1024. Između ostalog, utvrdiće se koja je optimalna dužina prozora za primjenu u uklanjanju impulsnog šuma iz audio signala. Još jedna stvar koju je dobro napomenuti je da dijeljenjem signala sa velikim brojem odbiraka na blokove, smanjuje se vremenska složenost algoritma.

3 Metode za uklanjanje impulsnog šuma

U ovoj sekciji biće predstavljeni principi na kojima funkcionišu metode za uklanjanje impulsnog šuma razmatrane u ovom radu. Procedure za uklanjanje impulsnog šuma, zasnovane na principima kompresivnog odabiranja, sa signala se mogu podijeliti na dva potprocesa:

1. Detekcija pozicija na kojoj je impulsni šum prisutan u signalu (vrijednosti na detektovanim pozicijama se u drugom koraku smatraju nedostupnim).
2. Rekonstrukcija detektovanih mjesta (CS metoda).

Metode koje će biti razmatrane su:

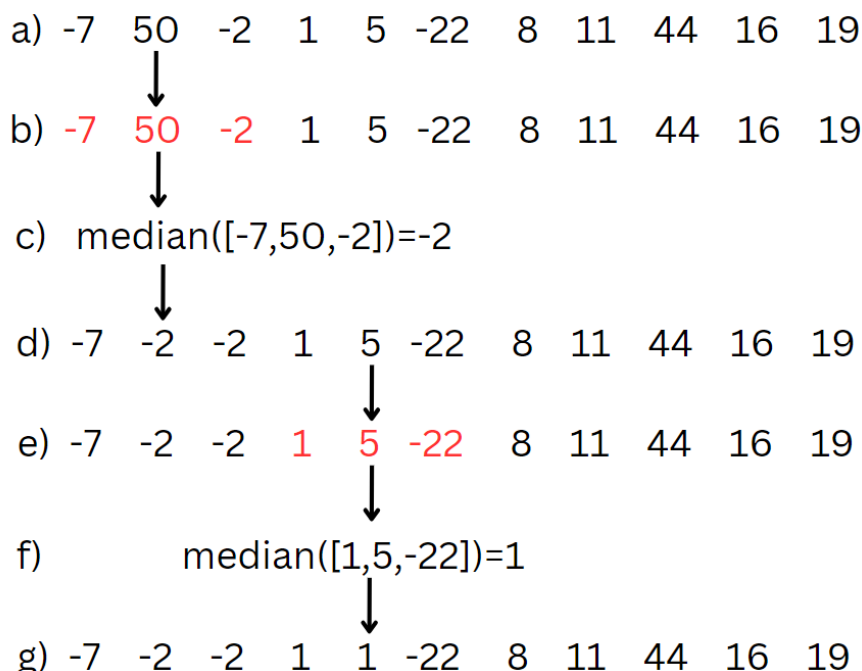
- median filtar,
- detekcija sa Laplasovim filtrom [15], [16], [26] i rekonstrukcija zasnovana na gradijentnom algoritmu [4] [16],
- metoda detekcije zasnovana na gradijentu mjere koncentracije u DCT domenu [7], [8], [27], [28] i rekonstrukcije zasnovane na gradijentnom algoritmu [8], [28],
- detekcija sa Laplasovim filtrom i rekonstrukcija zasnovana na OMP algoritmu [11].

3.1 Median filtar

Median filtar je tehnika koja se često koristi u obradi signala i slike za uklanjanje šuma, posebno impulsnih. Algoritam je zasnovan na jednostavnom principu: zamjenom svake vrijednosti u signalu ili slici medianom dijela signala u okolini posmatrane tačke, gdje se median računa kao srednji element niza sortiranog u rastućem redosledu. Ovaj pristup omogućava efikasno uklanjanje ekstremnih vrijednosti, dok se pritom čuvaju ivice i druge važne karakteristike signala. Jedna od glavnih prednosti median filtra je njegova jednostavnost za implementaciju i relativno niska vremenska složenost, što ga čini pogodnim za primjenu u realnom vremenu i na uređajima sa ograničenim resursima.

Median filtar ipak ima znatno gore performanse u poređenju sa savremenim kompetitivnim tehnikama. Stoga se median filtar često koristi samo kao tehnika

za pretprocesiranje, kada se izlaz iz filtra prosljeđuje drugom algoritmu. U ovom radu ova tehnika biće posmatrana samostalno i biće upoređena sa CS metodama.



Slika 6: Ilustracija prolaska kroz vektor median filtrom dužine 3.

Na Slici 6 je prikazana ilustracija primjene median filtra dužine 3 na vektor cijelih brojeva dužine 12. U koraku a) dat je vektor brojeva, gdje je radi jednostavnosti proces započet od druge pozicije. Uzeta su tri broja, koja odgovaraju drugoj poziciji i njenim susjedima, to jest brojevi -7, 50 i -2. Ta tri broja su propuštene kroz median funkciju, koja sortira niz u rastućem redosledu i uzima srednji element. Taj srednji element uzima poziciju dva u vektoru; ovaj postupak je opisan u koracima b), c) i d). Ova procedura se obavlja kroz svaki element vektora i do sledeće promjene će doći tek na poziciji broj 5, čiju proceduru opisuju koraci e), f) i g). Pri korišćenju median filtra obično se uzima prozor od 3 ili 5 elemenata.

3.2 Metoda Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije

Posmatranu metodu možemo podeliti na dva procesa, detekcija pomoću Laplasovog filtra i rekonstrukcija detektovanih pozicija šuma pomoću gradijentne (CS) metode. Na pozicijama detektovanim u prvom koraku postavljaju se nule, a zatim se one rekonstruišu u drugom koraku, na osnovu dostupnih odbiraka. Najprije će biti razmotrena Laplasova detekcija.

Laplasov filter ili diskretni Laplasov operator je filter koji aproksimira Laplasov operator

$$J_f = \sum_{i=0}^T \frac{\partial^2 f}{\partial^2 t_i^2}, \quad (68)$$

gdje je $f(t_1, \dots, t_T)$ višedimenziona realna funkcija. Kako se u ovom radu razmatraju audio signali, odnosno 1-D signali, Laplasov filter može biti realizovan kao konvolucija posmatranog bloka zašumljenog signala $y_i(n)$ sa kernelom $\mathbf{L} = [1, -2, 1]$.

Algoritam 3 Algoritam detekcije bazirane na Laplasovom filteru i rekonstrukcije zasnovane na gradijentnoj metodi

Ulaz : zašumljeni blok signal $\mathbf{y}_i$ dužine M , procenat zašumljenih odbiraka F

$$H_L(n) \leftarrow \delta(n-1) - 2\delta(n) + \delta(n+1)$$

$$y_i^f(n) \leftarrow y_i(n) *_{\mathbf{n}} H_L(n)$$

$$N_t \leftarrow \text{round}(\frac{F * M}{100})$$

$$\mathbb{N}_y \leftarrow \emptyset$$

for $j = 1, 2, \dots, N_t$ **do**

$$n_j \leftarrow \arg \max \{n_j : |y_i^f(n)| \leq y_i^f(n_j), \text{ za svako } n \}$$

$$\mathbb{N}_y \leftarrow \mathbb{N}_y \cup n_j$$

$$y_i^f(n_j) \leftarrow 0$$

end for

$$\hat{\mathbf{y}}_i \leftarrow \text{GradRec}(\mathbf{y}_i, \mathbb{N}_y)$$

Izlaz : rekonstruisani blok signal $\hat{\mathbf{y}}_i$

Čitava procedura Laplasovog filtra je prikazana na Algoritmu 3. Na ulaz u algoritam dovodi se blok signal $\mathbf{y}_i$ dužine M i koeficijent F koji predstavlja očekivani procenat zašumljenih uzoraka u bloku. N_t predstavlja broj odbiraka koji se smatraju da su zašumljeni.

Za svaki blok zašumljenog signala iz (63), računa se konvolucija sa Laplasovim filtrom

$$y_i^f(n) = y_i(n) *_{\mathbf{n}} H_L(n), \quad (69)$$

gdje je

$$H_L(n) = \delta(n-1) + \delta(n+1) - 2 * \delta(n). \quad (70)$$

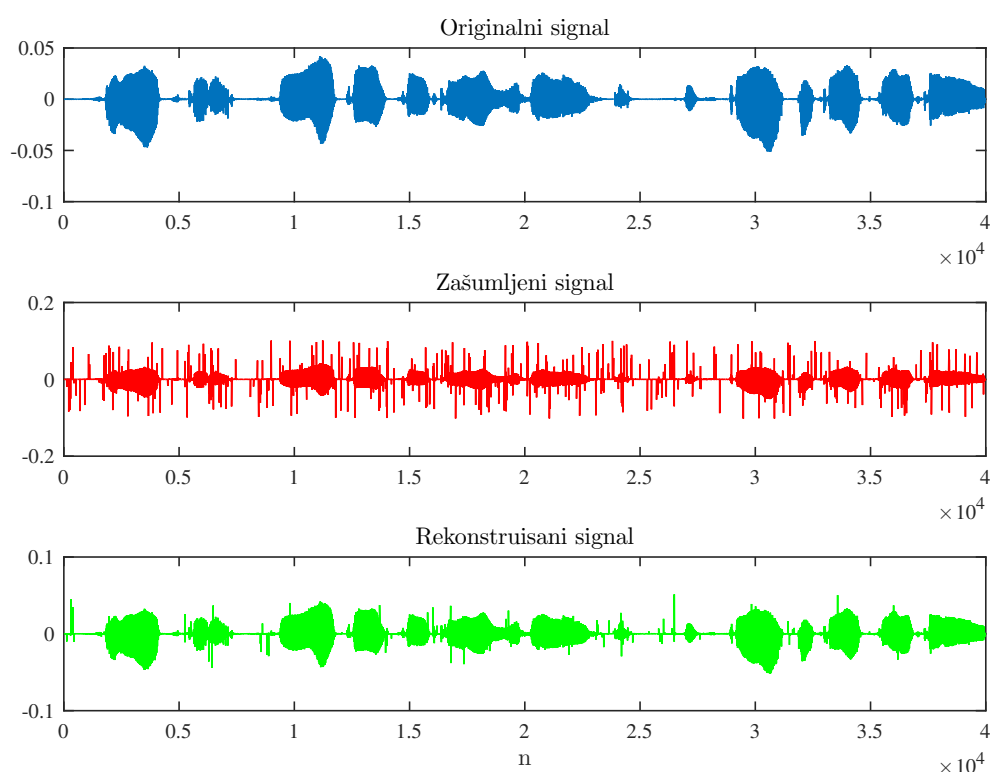
Sa $\delta(n)$ je označen jednični impuls koji je definisan kao

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & \text{if } n = 0, \\ 0, & \text{if } n \neq 0. \end{cases} \quad (71)$$

Poslije konvolucije, pozicije zašumljenih odbiraka mogu se odrediti tako što se odrede indeksi N_t najvećih vrijednosti u $|y_i^f(n)|$, koji se uključuju u skup pozicija $\mathbb{N}_y$. Nakon detekcije, skup pozicija $\mathbb{N}_y$, koji predstavlja pozicije odbiraka koje se sma-

traju nedostupnim u i -tom bloku, zajedno sa blokom $y_i(n)$ prosleđuju se kao ulaz u gradijentni rekonstrukcioni algoritam. Kao krajnji rezultat dobija se rekonstruisani blok signal $\hat{y}_i$.

Na Slici 7 je prikazan primjer upotrebe algoritma Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije na jednom od audio signala iz dataseta. Audio signal se sastoji od 40.000 odbiraka, sa dužinom prozora 512 i procentom zašumljenih odbiraka 1%. Izračunata srednja kvadratna greška između zašumljenog i originalnog signala je -44.08 dB, dok između rekonstruisanog i originalnog je -58.85 dB. Na osnovu slike i rezultata možemo vidjeti znatno poboljšanje rekonstruisanog signala u odnosu na zašumljeni signal.



Slika 7: Ilustracija primjene algoritma za detekciju zasnovanog na Laplasovom filtru i algoritma za rekonstrukciju zasnovanog na gradijentu mjere koncentracije DCT-a posmatranog signala. Razmatra se problem redukcije impulsnog šuma u audio signalu.

3.3 Metoda detekcije i rekonstrukcije zasnovana na gradijentu mjere koncentracije

Redukcija impulsnog šuma iz audio signala može biti obavljena pristupom zasnovanim na detekciji primjenom gradijenta mjere koncentracije, nakon čega se pristupa rekonstrukciji primjenom gradijentnog algoritma koji je opisan u Sekciji

2.9.1. Kako je već ovaj tip rekonstrukcije diskutovan u Algoritmu 2, njegovi principi rada se neće ponavljati u ovoj podsekciji.

Osnovna ideja algoritma detekcije baziranog na gradijentu je slična algoritmu 2 koji je zasnovan na eksploataciji ℓ_1 -norme, sa razlikom da metoda detekcije koristi gradijent $\mathbf{g}$ kao alat za pronalaženje zašumljenih pozicija, dok metoda rekonstrukcije koristi gradijent za određivanje vrijednosti na detektovanim pozicijama koje minimizuju mjeru koncentracije zasnovane na ℓ_1 -normi odgovarajućih DCT koeficijenata. U Algoritmu 4 je prikazan pristup detekciji zasnovanoj na gradijentu mjere koncentracije DCT koeficijenata zašumljenog bloka audio signala. Kao ulaz se dovodi zašumljeni blok signal $\mathbf{y}_i$ dužine M i parametar S koji predstavlja broj odbiraka koje algoritam proglašava zašumljenim u svakoj iteraciji.

Algoritam 4 Detekcija i rekonstrukcija zasnovana na gradijentu

Ulaz : zašumljeni blok signal $\mathbf{y}_i$ dužine M , i broj odbiraka S izabranih u svakoj iteraciji

```

 $\mathbb{N}_y \leftarrow \emptyset$ 
 $\Delta \leftarrow \max |\mathbf{y}_i|$ 
while (dok zahtijevana preciznost nije postignuta) do
  for  $n = 1, 2, 3, \dots, M$  do
     $\mathbf{T}_1 \leftarrow \mathbf{y}_i$ 
     $\mathbf{T}_2 \leftarrow \mathbf{y}_i$ 
     $T_1(n) \leftarrow T_1(n) + \Delta$ 
     $T_2(n) \leftarrow T_2(n) - \Delta$ 
     $\mathbf{G}_1 \leftarrow \Phi \mathbf{T}_1$ 
     $\mathbf{G}_2 \leftarrow \Phi \mathbf{T}_2$ 
     $g(n) \leftarrow \|\mathbf{G}_1\|_1 - \|\mathbf{G}_2\|_1$ 
  end for
  Izabrani indeksi  $\mathbb{N}_S \in$  od  $S$  najvećih vrijednosti u  $|\mathbf{g}|$ 
   $\mathbb{N}_y \leftarrow \mathbb{N}_y \cup \mathbb{N}_S$ 
   $\hat{\mathbf{y}}_i \leftarrow \text{GradRec}(\mathbf{y}_i, \mathbb{N}_y)$ 
end while

Izlaz : rekonstruisani blok signal  $\hat{\mathbf{y}}_i$ 

```

U algoritmu se formiraju dva pomoćna signala, $\mathbf{T}_1$ i $\mathbf{T}_2$, tako što se kod posmatranog bloka na svaku poziciju $n = 1, 2, \dots, M$ izračuna i oduzima vrijednost Δ , a potom odradi njihov DCT, matričnim množenjem sa DCT transformacionom matricom Φ kao

$$\mathbf{G}_1 = \Phi \mathbf{T}_1, \quad (72)$$

$$\mathbf{G}_2 = \Phi \mathbf{T}_2. \quad (73)$$

Razlikom signala $\mathbf{G}_1$ i $\mathbf{G}_2$ se dobija gradijent mjere koncentracije

$$g(n) = \|\mathbf{G}_1\|_1 - \|\mathbf{G}_2\|_1. \quad (74)$$

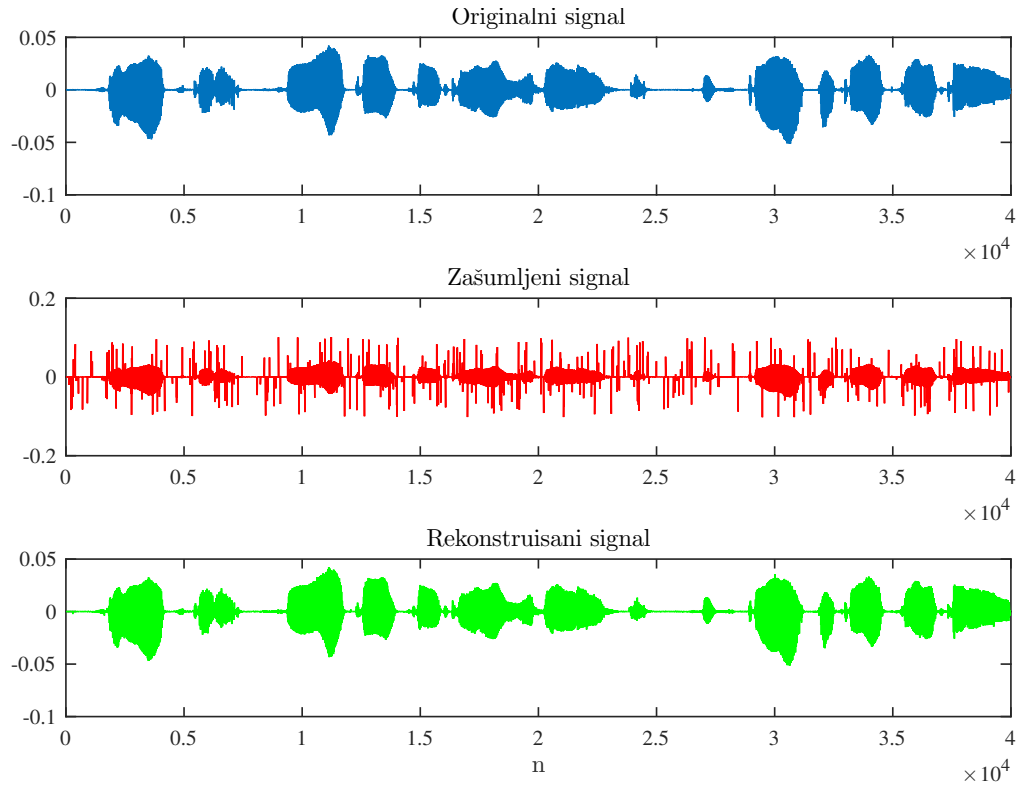
Kad se izračunaju sve vrijednosti vektora $\mathbf{g}$, pozicije S najvećih vrijednosti vektora $|\mathbf{g}|$ se uzimaju i stavljaju u vektor $\mathbb{N}_S$. Zatim se formira $\mathbb{N}_y$:

$$\mathbb{N}_y = \mathbb{N}_y \cup \mathbb{N}_S. \quad (75)$$

Skup $\mathbb{N}_y$ sadrži pozicije koje se smatraju nedostupnim. Vrijednosti na tim pozicijama će biti rekonstruisane pomoću Algoritma 2. Ovaj proces se ponavlja sve dok se ne zadovolji sledeći kriterijum

$$\sum_{n=0}^{M-1} |g(n) - g_p(n)|^2 > \text{limit}, \quad (76)$$

gdje $\mathbf{g}_p$ vektor gradijenta iz prethodne iteracije, dok je $\mathbf{g}$ gradijent u tekućoj iteraciji.



Slika 8: Ilustracija primjene algoritama za detekciju i rekonstrukciju zasnovanih na gradijentu mjere koncentracije DCT-a posmatranog signala. Razmatra se problem redukcije impulsnog šuma u audio signalu.

Na Slici 8 je prikazan primjer upotrebe algoritma gradijentne detekcije i gradijentne rekonstrukcije na istom audio signalu kao kod Slike 7. Audio signal koristi prozor dužine 512, sa procentom zašumljenih odbiraka od 1%. Izračunata srednja kvadratna greška između zašumljenog i originalnog signala je -44.08 dB, dok između rekonstruisanog i originalnog je -69.31 dB. Poboljšanje kod rekonstruisanog signala, bilo na slici ili rezultatu, je mnogo bolje nego kod prošlog primjera.

3.4 Pristup zasnovan na detekciji primjenom Laplasovog filtra i rekonstrukciji primjenom OMP algoritma

U ovoj podsekciji će biti prezentovana detekcija zasnovana na Laplasovom filtru i rekonstrukcija bazirana na upotrebi OMP metode. Kako je radni proces algoritma rekonstrukcije baziranom na OMP-u već predstavljen u Algoritmu 1, ovdje se neće ponovo objašnjavati. Metoda detekcije zasnovane na Laplasovom filtru je modifikovana u skladu sa rekonstrukcijom baziranom na OMP metodi.

Algoritam 5 Algoritam za uklanjanje šuma zasnovan na detekciji pomoću Laplasovog filtra i rekonstrukciji baziranoj na OMP metodi

Ulaz : zašumljeni blok signal $\mathbf{y}_i$ dužine M , procenat zašumljenih odbiraka F , broj izabranih pozicija po iteraciji l i zahtijevana tačnost ε

```

 $H_l(n) \leftarrow \delta(n-1) - 2\delta(n) + \delta(n+1)$ 
 $y_i^f(n) \leftarrow y_i(n) * H_l(n)$ 
 $N_t \leftarrow \text{round}(\frac{F*M}{100})$ 
 $\mathbb{N}_y \leftarrow \emptyset$ 
 $\mathbf{A} \leftarrow \text{inv}(\text{dctmtx}(M))$ 
 $\mathbf{A}_t \leftarrow \mathbf{A}$ 
 $y_t(n) \leftarrow y_i(n)$ 
for  $j = 1, 2, \dots, N_t$  do
     $n_j \leftarrow \arg\max \{n_j : |y_i^f(n)| \leq y_i^f(n_j), \text{ for all } n\}$ 
     $\mathbb{N}_y \leftarrow \mathbb{N}_y \cup n_j$ 
     $y_i^f(n_j) \leftarrow 0$ 
end for
 $\mathbf{A}_t(\mathbb{N}_y, :) \leftarrow \mathbf{0}$ 
 $y_t(\mathbb{N}_y) \leftarrow \mathbf{0}$ 
 $\hat{\mathbf{Y}}_i \leftarrow \text{OMP}(\mathbf{y}_t, \mathbf{A}_t, l, \varepsilon)$ 
 $\mathbf{y}_k \leftarrow \mathbf{A} \hat{\mathbf{Y}}_i$ 
 $y_i(\mathbb{N}_y) \leftarrow y_k(\mathbb{N}_y)$ 
 $\hat{\mathbf{y}}_i \leftarrow \mathbf{y}_i$ 

```

Izlaz : rekonstruisani blok signal $\hat{\mathbf{y}}_i$

U Algoritmu 5 je prikazan algoritam detekcije zasnovane na Laplasovom filtru i rekonstrukcije bazirane na OMP-u. Kao ulaz u algoritam imamo zašumljeni blok

signal $y_i(n)$, koji konvoluirao sa impulsnim odzivom Laplasovog filtra $H_l(n) = \delta(n-1) - 2\delta(n) + \delta(n+1)$. Rezultat konvolucije, signal $y_i^f(n)$, se koristi za pronalaženje N_t pozicija najvećih vrijednosti vektora $|\mathbf{y}_i^f|$, koje se pridružuju skupu pozicija $\mathbb{N}_y$. Taj skup predstavlja niz N_t pozicija zašumljenih odbiraka signala $y_i(n)$.

U koraku 5 matrica $\mathbf{A}$ se inicijalizuje kao inverzna DCT matrica,

$$\mathbf{A} = \mathbf{\Psi} = \mathbf{\Phi}^{-1},$$

DCT transformaciona matrica dimenzija $M \times M$ je definisana na sljedeći način:

$$\mathbf{\Phi} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\frac{\pi}{2M}\right) & \dots & \cos\left(\frac{\pi}{M}\left(M - \frac{1}{2}\right)\right) \\ \dots & \dots & \dots \\ \cos\left(\frac{\pi}{2M}(M-1)\right) & \dots & \cos\left(\frac{\pi}{M}\left(M - \frac{1}{2}\right)(M-1)\right) \end{bmatrix}. \quad (77)$$

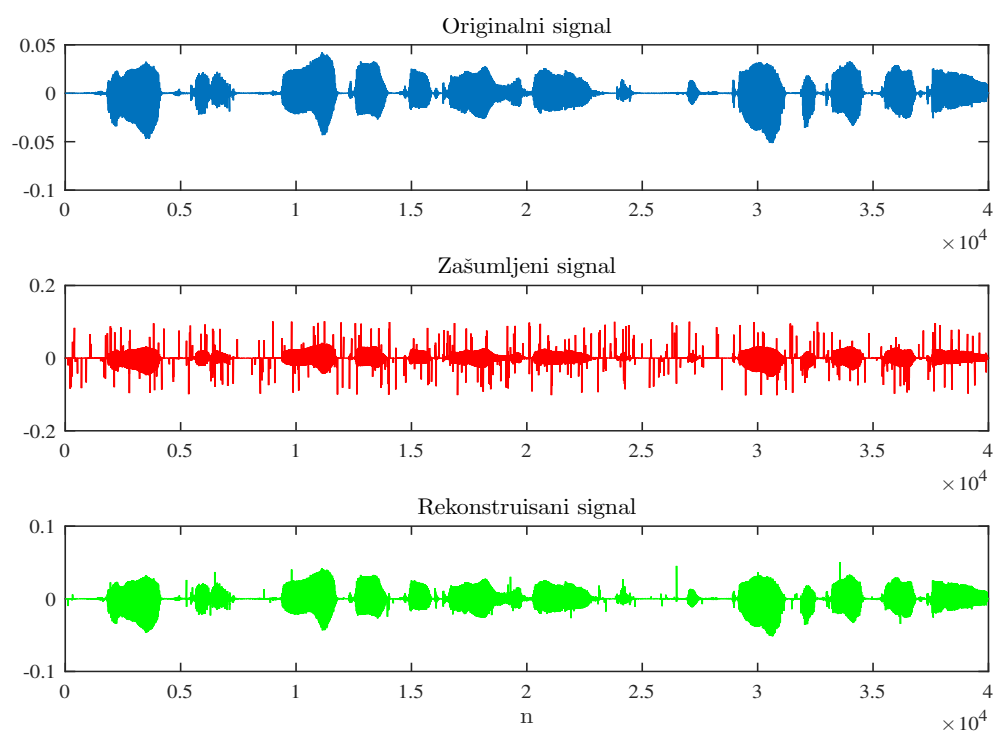
U nastavku, u Algoritmu 5 uvode se pomoćni signal $y_t(n)$ i pomoćna, parcijalna matrica $\mathbf{A}_t$. U pomoćnom signalu se operacijom $y_t(\mathbb{N}_y) = []$ uklanjaju vrijednosti na detektovanim pozicijama $\mathbb{N}_y$. Pomoćna matrica $\mathbf{A}_t$ se dobija uklanjanjem redova matrice $\mathbf{A}$ koji odgovaraju pozicijama iz skupa $\mathbb{N}_y$. Poslije uklanjanja, signal dostupnih odbiraka y_t i parcijalna inverzna DCT matrica $\mathbf{A}_t$ se prosleđuju OMP funkciji definisanoj u Algoritmu 1, sa parametrima l i ε koji predstavljaju broj izabranih pozicija po iteraciji i zahtijevanu tačnost.

Kao izlaz iz OMP algoritma dobijaju se rekonstrukcioni koeficijenti u DCT domenu $\hat{\mathbf{Y}}_i$ za posmatrani blok i . Na osnovu koeficijenata $\hat{\mathbf{Y}}_i$, rekonstruiše se pomoćni signal

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{A}\hat{\mathbf{Y}}_i, \quad (78)$$

čije vrijednosti na pozicijama $\mathbb{N}_y$ zamjenjuju vrijednosti na istim pozicijama u zašumljenom bloku $\mathbf{y}_i$.

Na Slici 9 je prikazan primjer upotrebe algoritma za uklanjanje impulsnog šuma, zasnovanom na detekciji primjenom Laplasovog filtra i OMP rekonstrukciji odbiraka na detektovanim pozicijama. Razmatra se isti audio signal koji je razmatran u primjerima sa Slika 7 i 8. U algoritmu je korišćen prozor dužine 512. . Ukupno 1% odbiraka je oštećeno impulsnim šumom. Izračunata srednja kvadratna greška između zašumljenog i originalnog signala je -44.08 dB, dok između rekonstruisanog i originalnog ona iznosi -62.26 dB.



Slika 9: Ilustracija primjene algoritama za detekciju zasnovanu na Laplasovom filtru i rekonstrukciju zasnovanu na OMP algoritmu posmatranog signala. Razmatra se problem redukcije impulsnog šuma u audio signalu.

4 Eksperimentalni rezultati

U ovoj sekciji će biti prikazani rezultati uklanjanja impulsnog šuma pomoću algoritama iz sekcije 3. Rezultati će biti prezentovani za različite dužine Hann-ovog prozora, tačnije za slučajeve kada je dužina prozora 256, 512 i 1024. Ove različite dužine prozora omogućavaju analizu uticaja izbora dužine bloka na efikasnost uklanjanja šuma.

Kao metrike za ocenjivanje performansi algoritama koristiće se srednja kvadratna greška (MSE), kao i perceptualno orijentisane metrike PESQ i PEMO-Q, koje omogućavaju ocjenu kvaliteta signala na osnovu modela ljudskog sluha. MSE daje informaciju o numeričkom odstupanju između originalnog i rekonstruisanog signala, dok PESQ i PEMO-Q pružaju uvid u perceptualni kvalitet rekonstruisanog zvuka, što je ključni aspekt kod obrade audio signala.

Pored kvantitativnih metrika, odabrani rezultati će biti predstavljeni i grafički, radi vizuelnog poređenja. Prikaz signala prije i poslije uklanjanja šuma omogućava intuitivno sagledavanje rezultata dobijenih primjenom različitih pristupa. Vizuelizacije će uključivati prikaz signala u vremenskom kao i u DCT domenu.

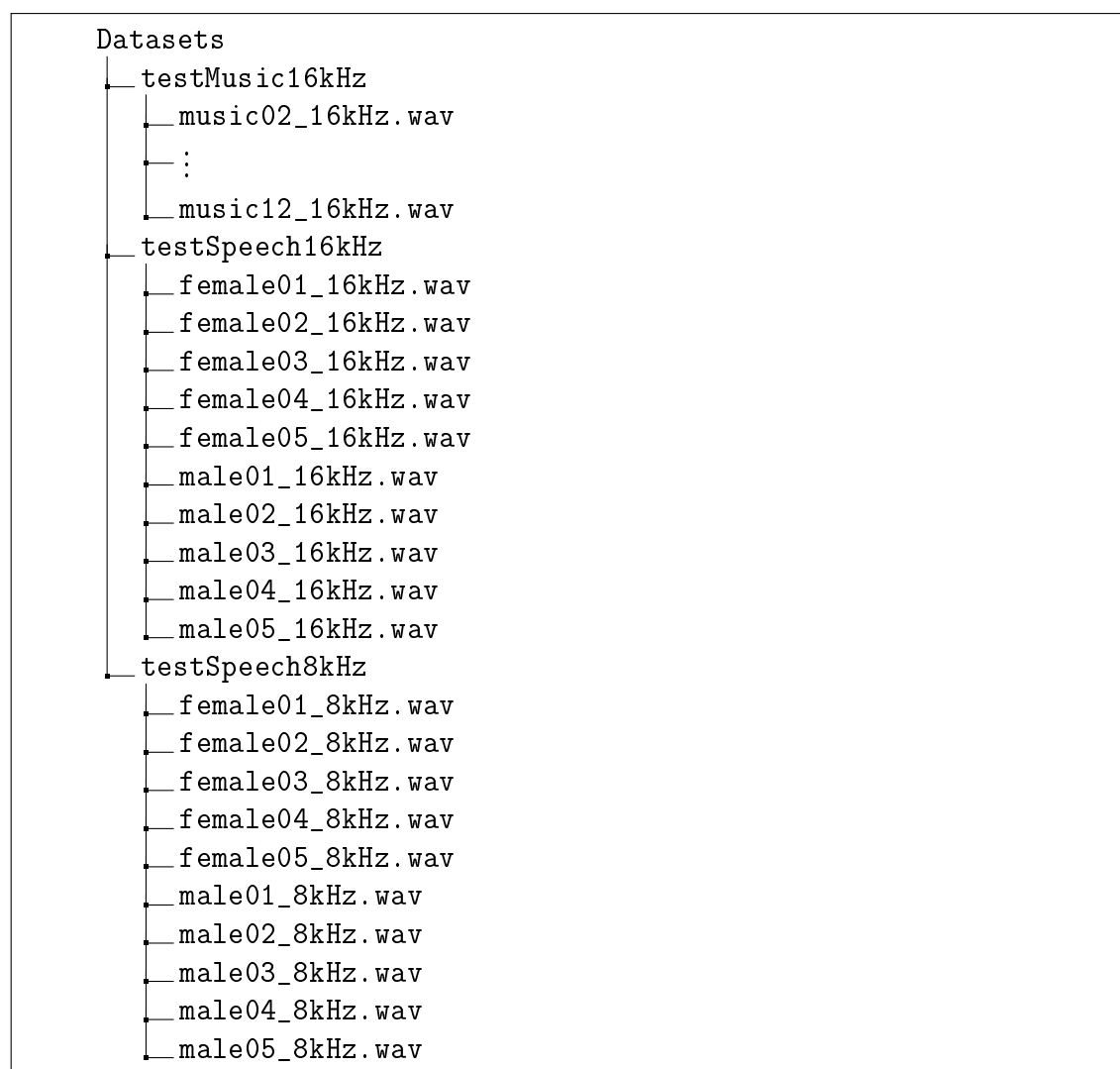
4.1 Eksperimentalna analiza

Prije poređenja algoritama opisanih u prethodnoj sekciji, potrebno je upoznati se sa nekoliko osnovnih aspekata vezanih za evaluaciju performansi algoritama. To obuhvata detaljan opis datasetova na kojima se radi, detaljan opis eksperimenata i pregled metrika koje će biti korišćene za evaluaciju rezultata.

4.1.1 Dataset

Testiranje algoritama se vrši na tri različita dataseta, pri čemu svaki dataset sadrži deset audio signala dužine 5 sekundi, preuzetih iz Kampanje za procjenu razdvajanja signala 2008 [29], [30]. Ovi podaci pružaju raznoliku bazu za evaluaciju algoritama u realnim uslovima, omogućavajući testiranje kako na muzičkim, tako i na govornim signalima različitih karakteristika. Na Slici 10 je prikazana organizaciona struktura tri razmatrana dataseta.

Prvi dataset, `testMusic16kHz`, sadrži muzičke signale sa frekvencijom odabiranja od 16 kHz. Ovaj dataset sadrži snimke različitih muzičkih stilova i instrumenata, čime se osigurava da algoritmi budu testirani na kompleksnim audio materijalima koji uključuju širok spektar frekvencijskih komponenti.



Slika 10: Pregled strukture datasetova korišćenih u eksperimentalnoj analizi.

Drugi dataset, `testSpeech16kHz`, sastoji se od govornih signala sa frekvencijom uzorkovanja od 16 kHz. Ovi signali obuhvataju uzorke govora različitih govornika, uključujući muške i ženske glasove, čime se pokriva značajan raspon govorne varijacije. To omogućava testiranje algoritama na signalima koji sadrže specifične obrasce govora, ritam i intonaciju.

Treći dataset, `testSpeech8kHz`, dobija se poduzorkovanjem `testSpeech16kHz` dataseta, pri čemu je frekvencija odabiranja 8 kHz. Ovaj dataset simulira scenario niskofrekvencijskog sadržaja, gdje se govor komprimuje ili prenosi preko kanala sa ograničenim resursima. Ovakvi signali omogućavaju testiranje algoritama u uslovima kada je kvalitet signala smanjen zbog niže frekvencije odabiranja.

Audio signali su pažljivo odabrani kako bi pokrili širok spektar varijacija, uključujući muški i ženski govor, kao i pjevajući glas praćen različitim instrumentima.

Time se osigurava da algoritmi budu ocijenjeni na osnovu performansi u različitim scenarijima, uključujući složene muzičke i govorne kontekste. Ova raznovrsnost podataka omogućava bolje razumijevanje kako algoritmi reaguju na različite tipove signala i koliko su robusni u različitim uslovima.

4.1.2 Metrike za mjerenje kvaliteta rekonstrukcije signala

Za određivanje kvaliteta rekonstruisanog signala poređić se srednja kvadratna greška (engl. *Mean Square Error* - MSE) između originalnog i rekonstruisanog signala sa MSE-om između oštećenog i originalnog signala. Srednja kvadratna greška između dva signala $\mathbf{y}_1$ i $\mathbf{y}_2$ dužine N dobija se kao

$$\text{MSE}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y_1(n) - y_2(n))^2. \quad (79)$$

U obradi audio signala i slike, signali mogu imati veoma široke dinamičke opsege. Izražavanje MSE u dB (*decibel*) pomaže da se ovaj opseg kompresuje u lakše upravljivu i interpretabilnu skalu. Konvertovanje MSE-a u decibele dobijamo kao

$$\text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = 10 \log_{10}(\text{MSE}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)). \quad (80)$$

Još jedan razlog upotrebe MSE_{dB} je zato što su razlike u dB lakše za poređenje nego sirove vrijednosti. Na primer, razlika od 3 dB obično odgovara udvostručenju ili prepolovljenju greške, što je značajna promjena u mnogim kontekstima.

Pored MSE-a, koristićemo perceptualne mjere kao što su PESQ (engl. *Perceptual Evaluation of Speech Quality*) [31] i PEMO-Q (engl. *Perceptual Evaluation of Audio Quality*) [32]. Ove metrike pružaju kvantitativne informacije o sličnosti između originalnog i rekonstruisanog audio signala. PESQ i PEMO-Q koriste dva ulazna signala: originalni (referentni) govor ili audio signal i degradirani (test) govor ili audio signal koji je bio izložen različitim vrstama distorzija. Zatim ovi signali prolaze kroz perceptualni model koji imitira ljudski auditivni sistem. I na kraju kao izlaz iz algoritma dobijamo vrijednost na osnovu koje određujemo kvalitet rekonstruisanog signala pomoću predefinisane skale.

4.1.3 Struktura problema za rekonstrukciju signala

Signali iz tri razmatrana dataseta, čija je struktura prikazana na Slici 10, biće oštećeni impulsnim smetnjama različitih karakteristika, a zatim će nad njima biti primijenjeni prethodno opisani pristupi za uklanjanje šuma. Oštećeni audio signali se razlikuju po procentu zašumljenih odbiraka u originalnom signa-

lu $\mathbf{y}$ i po parametrima a i b koji ograničavaju domene $[-b \max(|\mathbf{y}|), -a \max(|\mathbf{y}|)]$ i $[a \max(|\mathbf{y}|), b \max(|\mathbf{y}|)]$ iz kojih impulsni šum uzima vrijednosti (vrijednosti se uzimaju iz prethodnih intervala sa uniformnom raspodjelom)..

Na Slici 11 je dat pregled razmatranih parametara oštećenja impulsnim šumom u eksperimentima nad signalima iz tri posmatrana dataset-a. Na primjer, audio signal $\mathbf{e}_4$ ima 20% odbiraka oštećenih impulsnim šumom koji uzima vrijednosti iz domena $[-0.5 \max(|\mathbf{y}|), -0.1 \max(|\mathbf{y}|)]$ i $[0.1 \max(|\mathbf{y}|), 0.5 \max(|\mathbf{y}|)]$.

	1 %	5 %	10 %	20 %
$a=0.1$ & $b=0.5$	$\mathbf{e}_1$	$\mathbf{e}_2$	$\mathbf{e}_3$	$\mathbf{e}_4$
$a=0.1$ & $b=1$	$\mathbf{e}_5$	$\mathbf{e}_6$	$\mathbf{e}_7$	$\mathbf{e}_8$
$a=0.1$ & $b=1.5$	$\mathbf{e}_9$	$\mathbf{e}_{10}$	$\mathbf{e}_{11}$	$\mathbf{e}_{12}$
$a=0.1$ & $b=2$	$\mathbf{e}_{13}$	$\mathbf{e}_{14}$	$\mathbf{e}_{15}$	$\mathbf{e}_{16}$

Slika 11: Pregled razmatranih parametara oštećenja impulsnim šumom u eksperimentima nad signalima $\mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, \dots, 16$. U eksperimentima su varirani parametri a i b , kao i procenat odbiraka zahvaćenih šumom, u skladu sa prikazom.

Zašumljeni signali $\mathbf{e}_{1-16}$ dovode se na ulaz algoritama iz podsekcija 3.1, 3.2, 3.3 i 3.4, na osnovu čega se dobija 16 rekonstruisanih signala, čije su oznake prikazane na Slici 12.

Algoritam X			
$\mathbf{r}_1$	$\mathbf{r}_2$	$\mathbf{r}_3$	$\mathbf{r}_4$
$\mathbf{r}_5$	$\mathbf{r}_6$	$\mathbf{r}_7$	$\mathbf{r}_8$
$\mathbf{r}_9$	$\mathbf{r}_{10}$	$\mathbf{r}_{11}$	$\mathbf{r}_{12}$
$\mathbf{r}_{13}$	$\mathbf{r}_{14}$	$\mathbf{r}_{15}$	$\mathbf{r}_{16}$

Slika 12: Prikaz oznaka 16 rekonstruisanih signala, primjenom razmatranog algoritma X.

Nakon što se dobiju rekonstruisani signali za određeni algoritam, mogu se izračunati MSE-ovi između rekonstruisanih signala $\mathbf{r}_{1-16}$ i originalnog signala $\mathbf{y}$ u dB.

Matrica $\mathbf{MSE}_{rec}^X$ se definiše na sljedeći način:

$$\mathbf{MSE}_{rec}^X = \begin{bmatrix} \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_1) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_2) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_3) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_4) \\ \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_5) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_6) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_7) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_8) \\ \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_9) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_{10}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_{11}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_{12}) \\ \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_{13}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_{14}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_{15}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{r}_{16}) \end{bmatrix}, \quad (81)$$

gdje X označava algoritam. Sa druge strane, matrica $\mathbf{MSE}_{err}$ označava MSE-ove originalnog signala $\mathbf{y}$ i zašumljenih signala $\mathbf{e}_{1-16}$ u dB i definiše se kao:

$$\mathbf{MSE}_{err} = \begin{bmatrix} \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_1) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_2) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_3) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_4) \\ \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_5) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_6) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_7) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_8) \\ \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_9) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_{10}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_{11}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_{12}) \\ \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_{13}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_{14}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_{15}) & \text{MSE}_{dB}(\mathbf{y}, \mathbf{e}_{16}) \end{bmatrix}. \quad (82)$$

Poređenjem matrica $\mathbf{MSE}_{err}$ i $\mathbf{MSE}_{rec}^X$ dobiće se uvid u poboljšanje rekonstruisanih signala u poređenju sa zašumljenim signalima za posmatrani algoritam. Postupak opisan u sekciji 4.1.3 se ponavlja za svih 10 audio signala iz posmatranog dataseta, sve dok se ne dobiju odgovarajuće matrice $\mathbf{MSE}_{rec}^X$ i $\mathbf{MSE}_{err}$.

Na kraju računaju se srednje vrijednosti matrica $\mathbf{MSE}_{rec}^X$ i $\mathbf{MSE}_{err}$ za 10 audio signala kao

$$\mathbf{MMSE}_{rec}^X = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \mathbf{MSE}_{rec}^X(i), \quad (83)$$

za algoritam X , dok je

$$\mathbf{MMSE}_{err} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \mathbf{MSE}_{err}(i), \quad (84)$$

za sve algoritme isti.

Srednje vrijednosti se računaju za MSE-ove 10 audio signala po datasetu, pri čemu je matrica $\mathbf{MMSE}_{err}$ ista za sve algoritme, dok će matrica $\mathbf{MMSE}_{rec}^X$ biti posebno izračunata za svaki razmatrani algoritam posebno. Na osnovu rekonstruisanih signala, zašumljenih signala i originalnog signala moguće je izračunati perceptualne mjere za određeni slučaj parametara a i b i procenta zašumljenih odbiraka p .

4.2 Uklanjanje šuma korišćenjem prozora dužine 256

4.2.1 MSE

U Tabelama 1-4 su prikazani MSE rezultati redukcije šuma primjenom razmatranih algoritama. Prvoj koloni odgovara srednja kvadratna greška između zašu-

mljenog i originalnog signala, a ostalim kolonama MSE između originalnog i rekonstruisanog signala za posmatrane tehnike. Od druge kolone pa nadalje predstavljene su MSE vrijednosti redom za sledeće metode: *i*) algoritam detekcije i rekonstrukcije baziranom na gradijentu, *ii*) algoritam detekcije sa Laplasovim filtrom i rekonstrukcije zasnovane na gradijentu, *iii*) algoritam detekcije Laplasovim filtrom i OMP rekonstrukcijom, *iv*) median filter dužine 3 i *v*) median filter dužine 5. Vrijednosti prikazane u tabelama su usrednjene po datasetovima, korišćenjem jednačina (83) i (84). Redovi tabela sadrže rezultate za različite vrijednosti parametara a i b , na osnovu kojih su određeni opsezi iz kojih generisani impulsi šum uzima vrijednosti slučajno, sa uniformnom raspodelom.

Tabela 1: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 1% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-51.35 dB	-58.39 dB	-59.1 dB	-57.29 dB	-57.1 dB	-53.34 dB
a=0.1, b=1	-46.34 dB	-57.57 dB	-55.27 dB	-54.81 dB	-56.65 dB	-53.22 dB
a=0.1, b=1.5	-42.90 dB	-56.27 dB	-52.74 dB	-52.73 dB	-56.51 dB	-53.32 dB
a=0.1, b=2	-40.52 dB	-55.15 dB	-50.28 dB	-50.44 dB	-55.81 dB	-53.33 dB

'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-51.21 dB	-62.03 dB	-59.7 dB	-60.6 dB	-56.98 dB	-56.12 dB
a=0.1, b=1	-45.97 dB	-60.76 dB	-55.42 dB	-57.09 dB	-56.47 dB	-56.08 dB
a=0.1, b=1.5	-42.78 dB	-59.1 dB	-52.32 dB	-54.17 dB	-55.13 dB	-56.11 dB
a=0.1, b=2	-40.29 dB	-57 dB	-50.07 dB	-52.02 dB	-54.99 dB	-56.12 dB

'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-33.41 dB	-44.07 dB	-41.75 dB	-41.73 dB	-46 dB	-38.26 dB
a=0.1, b=1	-29.3 dB	-43.92 dB	-38.73 dB	-38.86	-44.43 dB	-38.05 dB
a=0.1, b=1.5	-26.51 dB	-43.41 dB	-36.39 dB	-36.65 dB	-44.04 dB	-38.17 dB
a=0.1, b=2	-24.24 dB	-43.11 dB	-34.56 dB	-34.7 dB	-43.36 dB	-38.19 dB

U Tabeli 1 su prikazani rezultati uklanjanja impulsnih smetnji iz audio signala kod kojih je oštećeno 1% odbiraka. Za dataset testSpeech8kHz, generalno najbolje MSE rezultate ostvaruje pristup zasnovan na detekciji primjenom gradijenta mjere koncentracije, i rekonstrukciji primjenom gradijentnog algoritma. U vidu rezultata slijedi median filter dužine 3, koji postiže mala poboljšanja od -0.24 dB i -0.66 dB za slučaj kad je $b = 1.5$ i $b = 2$. Za slučaj kad su parametri $a = 0.1$ i $b = 0.5$, najbolji MSE od -59.1 dB ostvaruje algoritam zasnovan na detekciji pomoću Laplasovog filtra i

rekonstrukciji primjenom gradijentnog algoritma, čiji MSE opada kako impulsni šum uzima veće vrijednosti.

Za slučaj `testSpeech16kHz` dataseta, algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu ima najbolje preformanse za sve vrijednosti a i b . Za parametre $b = 0.5$ i $b = 1$, drugi po redu, najbolje rezultate postiže algoritam Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, dok je za druge vrijednosti parametra b sljedeći po performansama median filtar dužine 5.

Kod muzičkih signala iz dataseta `testMusic16kHz` za sve vrijednosti parametara a i b najniži MSE je dobijen za median filtar dužine 3. Sljedeći po performansama je algoritam zasnovan na detekciji primjenom gradijenta mjere koncentracije, i rekonstrukciji gradijentnim metodom. Ostala tri algoritma postižu znatno gore rezultate od prethodno navedena dva.

Tabela 2: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 5% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-44.35 dB	-53.69 dB	-54.93 dB	-53.73 dB	-53.08 dB	-51.92 dB
a=0.1, b=1	-39.24 dB	-53.96 dB	-52.36 dB	-52.13 dB	-50.75 dB	-51.67 dB
a=0.1, b=1.5	-36.02 dB	-51.69 dB	-50.03 dB	-50.34 dB	-48.62 dB	-51.64 dB
a=0.1, b=2	-33.58 dB	-49.24 dB	-47.88 dB	-48.49 dB	-46.59 dB	-51.14 dB

'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-44.08 dB	-56.21 dB	-55.56 dB	-56.75 dB	-52.91 dB	-54.52 dB
a=0.1, b=1	-39.06 dB	-55.03 dB	-52.01 dB	-53.81 dB	-50.11 dB	-54.3 dB
a=0.1, b=1.5	-35.73 dB	-53.21 dB	-49.4 dB	-51.5 dB	-48.22 dB	-53.89 dB
a=0.1, b=2	-33.4 dB	-51.43 dB	-47.34 dB	-49.43 dB	-46.33 dB	-53.23 dB

'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-27.13 dB	-39.47 dB	-37.86 dB	-38.25 dB	-40.24 dB	-36.17 dB
a=0.1, b=1	-22.95 dB	-39.73 dB	-35.64 dB	-35.89 dB	-37.71 dB	-35.86 dB
a=0.1, b=1.5	-20.13 dB	-38.81 dB	-33.73 dB	-33.75 dB	-35.56 dB	-35.37 dB
a=0.1, b=2	-18.02 dB	-38.15 dB	-32.1 dB	-32.23 dB	-34.01 dB	-34.9 dB

U Tabeli 2 je prikazan slučaj kada je 5% odbiraka kontaminirano kod originalnih signala iz tri različita dataseta podataka. U poređenju sa Tabelom 1, zbog većeg procenta zašumljenih odbiraka, rezultati su znatno gori tj. kvalitet rekonstruisanih signala opada što je više odbiraka zašumljeno.

Za dataset `testSpeech8kHz`, kada su parametri $a = 0.1$ i $b = 0.5$, najniži MSE od -54.93 dB postiže algoritam zasnovan na detekciji primjenom Laplasovog filtra i rekonstrukciji primjenom gradijentnog algoritma. Za drugi i treći red Tabele 2 najbolje rezultate postiže algoritam za detekciju i rekonstrukciju zasnovan na gradijentnim tehnikama detekcije i rekonstrukcije, sa MSE vrijednostima -53.96 dB i -51.69 dB. Na kraju, za vrijednosti parametara $a = 0.1$ i $b = 2$, najnižu vrijednost MSE-a od -51.14 dB postiže median filtar dužine 5.

Za dataset `testSpeech16kHz`, algoritam za detekciju i rekonstrukciju zasnovan na gradijentu ostvaruje najbolji MSE za šum generisan sa parametrima $a = 0.1$ i $b = 1$ od -55.03 dB, a za $a = 0.1$ i $b = 0.5$ najniži MSE postiže algoritam zasnovan na detekciji primjenom Laplasovog filtra i OMP rekonstrukciji. Algoritam je proizveo MSE od -56.75 dB. Za ostale vrijednosti parametara a i b median filtar dužine 5 postiže najbolji MSE, čije su vrijednosti -53.89 i -53.23 dB.

Tabela 3: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 10% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-41.31 dB	-51.42 dB	-52.09 dB	-51.44 dB	-49.24 dB	-50.24 dB
a=0.1, b=1	-36.23 dB	-52.08 dB	-49.71 dB	-49.97 dB	-46.05 dB	-49.72 dB
a=0.1, b=1.5	-33.01 dB	-50.92 dB	-47.56 dB	-47.95 dB	-43.49 dB	-48.83 dB
a=0.1, b=2	-30.57 dB	-48.63 dB	-45.55 dB	-46.34 dB	-41.32 dB	-47.93 dB
'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-41.09 dB	-53.01 dB	-52.75 dB	-53.93 dB	-49.17 dB	-52.65 dB
a=0.1, b=1	-36 dB	-53.77 dB	-49.44 dB	-51.44 dB	-45.74 dB	-51.53 dB
a=0.1, b=1.5	-32.72 dB	-52.02 dB	-47.07 dB	-48.98 dB	-43.2 dB	-50.26 dB
a=0.1, b=2	-30.36 dB	-51.33 dB	-44.94 dB	-47.09 dB	-41.06 dB	-49.04 dB
'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-24.44 dB	-35.37 dB	-35.22 dB	-35.53 dB	-36.15 dB	-33.76 dB
a=0.1, b=1	-20.26 dB	-36.03 dB	-33.23 dB	-33.44 dB	-32.97 dB	-33.06 dB
a=0.1, b=1.5	-17.43 dB	-36.39 dB	-31.52 dB	-31.57 dB	-30.54 dB	-31.92 dB
a=0.1, b=2	-15.32 dB	-35.11 dB	-30.14 dB	-29.84 dB	-28.45 dB	-30.78 dB

Kod dataseta `testMusic16kHz`, za prvi red Tabele 2, median filtar dužine 3 postiže najbolji MSE od -40.24 dB. dok za ostale vrijednosti parametara a i b algoritam za detekciju i rekonstrukciju zasnovan na gradijentu ostvaruje najbolje performan-

se sa vrijednostima -39.73 dB, -38.81 dB i -38.15 dB. Rezultati dobijeni primjenom ostalih tehnika su znatno gori u poređenju sa najboljim MSE-ovima.

U Tabeli 3 su prikazani MSE rezultati uklanjanja impulsnog šuma u audio signalima sa 10% oštećenih odbiraka. U poređenju sa Tabelama 1 i 2, osim pada kvaliteta rekonstruisanog signala, možemo primijetiti pad preformansi median filtra dužine 3, kao posledicu povećanja procenta zašumljenih odbiraka.

Poređenjem rezultata, možemo uočiti da u slučaju šuma sa parametrima $a = 0.1$ i $b = 0.5$, kod testSpeech8kHz dataseta najmanji MSE od -52.09 dB ostvaruje zasnovan na detekciji primjenom Laplasovog filtra i rekonstrukciji gradijentnim metodom, dok za dataset Testspeech16kHz najmanji MSE od -53.93 dB postiže algoritam sa detekcijom pomoću Laplasovog filtra i sa OMP rekonstrukcijom. Kod testMusic16kHz dataseta, najbolji rezultat daje median filter dužine 3 sa MSE-om od -36.15 dB. Za sve ostale situacije, kod sva tri dataseta, dominira algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu mjere koncentracije DCT koeficijenata..

Tabela 4: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 20% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-38.27 dB	-47.25 dB	-48.53 dB	-47.85 dB	-44.67 dB	-47.18 dB
a=0.1, b=1	-33.18 dB	-48.85 dB	-46.11 dB	-45.83 dB	-40.75 dB	-45.33 dB
a=0.1, b=1.5	-29.95 dB	-48.85 dB	-43.96 dB	-43.85 dB	-37.83 dB	-43.55 dB
a=0.1, b=2	-27.55 dB	-48.24 dB	-42.18 dB	-42.12 dB	-35.69 dB	-41.59 dB
'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-38.04 dB	-48.67 dB	-48.97 dB	-49.64 dB	-44.42 dB	-48.36 dB
a=0.1, b=1	-32.97 dB	-49.99 dB	-45.99 dB	-46.61 dB	-40.51 dB	-46.02 dB
a=0.1, b=1.5	-29.73 dB	-48.76 dB	-43.56 dB	-44.28 dB	-37.61 dB	-43.76 dB
a=0.1, b=2	-27.35 dB	-49.04 dB	-41.56 dB	-42.5 dB	-35.35 dB	-42.07 dB
'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-21.69 dB	-31.63 dB	-31.46 dB	-31.45 dB	-31.23 dB	-29.78 dB
a=0.1, b=1	-17.57 dB	-31.59 dB	-29.6 dB	-29.11 dB	-27.71 dB	-28.18 dB
a=0.1, b=1.5	-14.72 dB	-31.42 dB	-27.86 dB	-27.17 dB	-25 dB	-26.37 dB
a=0.1, b=2	-12.62 dB	-31.99 dB	-26.57 dB	-25.71 dB	-22.89 dB	-25.23 dB

U Tabeli 4 su prikazani MSE rezultati za slučaj kad je 20% oštećeno impulsnim

šumom. Analiziranjem rezultata, za sva tri dataseta može se zaključiti da najbolje performanse postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu mjere koncentracije vektora DCT koeficijenata. Jedini izuzetak se dešava u slučaju datasetova `testSpeech8kHz` i `testSpeech16kHz`, u slučaju šuma generisanog sa parametrima $a = 0.1$ i $b = 0.5$, gdje algoritam detekcije zasnovan na Laplasovom filtru i rekonstrukcije gradijentim metodom, odnosno algoritam zasnovan na Laplasovom fitru za detekciju i OMP pristupu za rekonstrukciju, postižu poboljšanja od -1.28 dB i -0.97 dB respektivno.

Na osnovu rezultata iz sve četiri tabele, može se zaključiti da što je veći procenat zašumljenih odbiraka, to algoritam zasnovan na detekciji primjenom gradijenta mjere koncentracije i rekonstrukciji primjenom gradijentnog metoda postiže bolje preformanse, tj. broj slučajeva gdje drugi algoritmi postižu niže MSE-ove je manji. Uočljivo je takođe da tehnika OMP rekonstrukcije postiže približno iste rezultate kao tehnika rekonstrukcije zasnovana na gradijentu u slučaju sva tri dataseta.

4.2.2 PESQ i PEMO-Q

MSE kao metrika za određivanje kvaliteta rekonstruisanog audio signala ne posjeduje direktnu vezu sa ljudskom percepcijom kvaliteta zvuka. Stoga je neophodno da se, zajedno sa MSE-om, se koriste perceptualne mjere kao što su PESQ za govorne signale i PEMO-Q za muzičke signale, u cilju dobijanja robustne evaluacije rekonstruisanog signala.

Izlaz iz PESQ algoritma je vrijednost MOS (*Mean opinion score*) koja kvantifikuje kvalitet audio signala na skali 1 do 5, gdje 5 predstavlja najbolju ocjenu. Kao izlaz iz PEMO-Q algoritma dobija se mjera PSM_t (*Perceptual Similarity Measure*) koja uzima vrijednosti 0 do 1, pri čemu 1 označava savršenu sličnost originalnog i posmatranog signala.

Kako postoji 16 zašumljenih signala, dobijenih variranjem parametara a , b i procenta zašumljenih odbiraka p , razmatraće se 4 reprezentativna primjera: *i*) slučaj kad je $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$, *ii*) slučaj kad je $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$, *iii*) slučaj kad je $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$, *iv*) slučaj kad je $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$. Prethodni primjeri su odabrani jer razmatraju situacije kad je procenat zašumljenih odbiraka najmanji i najveći, i kad se na osnovu parametara a i b domen vrijednosti impulsnog šuma se nalazi unutar dometa vrijednosti originalnog signala.

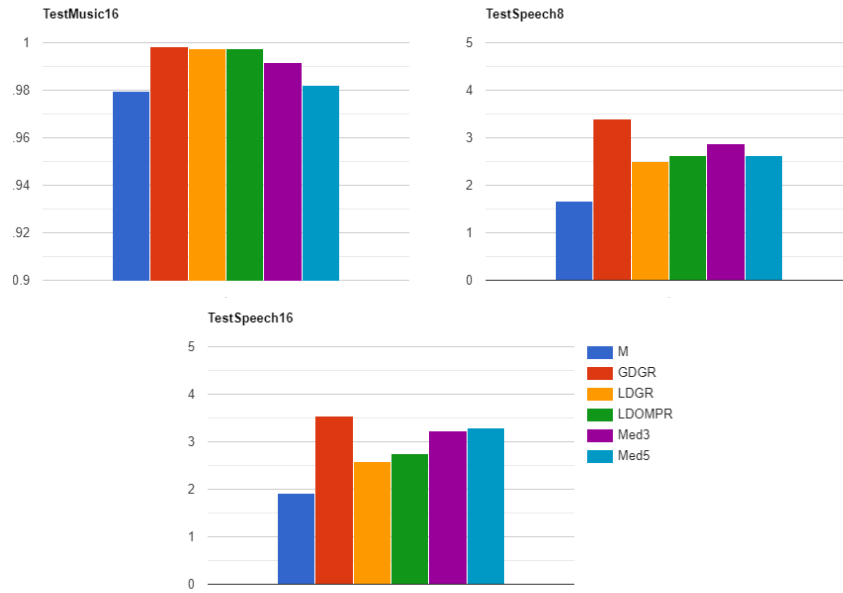
Na Slici 13 su prikazani rezultati dobijeni u prethodno opisanom slučaju *i*), gdje su PESQ MOS i PEMO-Q PSM_t ocjene usrednjene po datasetovima. Uočljivo je da algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu ima najbolje

preformanse, sa prosječnom PESQ ocjenom od 3.386 kod testSpeech8kHz dataseta (prvi grafik), 3.537 kod testSpeech16kHz dataseta sa i prosječnom PEMO-Q ocjenom od 0.9985 kod dataseta testMusic16kHz. Po rezultatima, kod dataseta testSpeech8kHz, iza njega slijede median filter dužine 3 sa prosječnom PESQ ocjenom od 2.871, dok ostali algoritmi u prosjeku dostižu prosječnu PESQ ocjenu od 2.58. Kod dataseta testSpeech16kHz sledeći najbolji rezultat postiže median filter dužine 5 i 3 sa usrednjenom PESQ ocjenom od 3.2387 i 3.2941. I za dataset testMusic16kHz, po rezultatu, iza algoritma detekcije i rekonstrukcije zasnovanog na gradijentu mjere koncentracije pozicionirali su se algoritam detekcije zasnovane na Laplasovom filteru i rekonstrukcije primjenom gradijentnog pristupa i pristup zasnovan na detekciji primjenom Laplasovog filtra, i OMP rekonstrukciji. sa prosječnim PEMO-Q vrijednostima od 0.9977 i 0.9976.

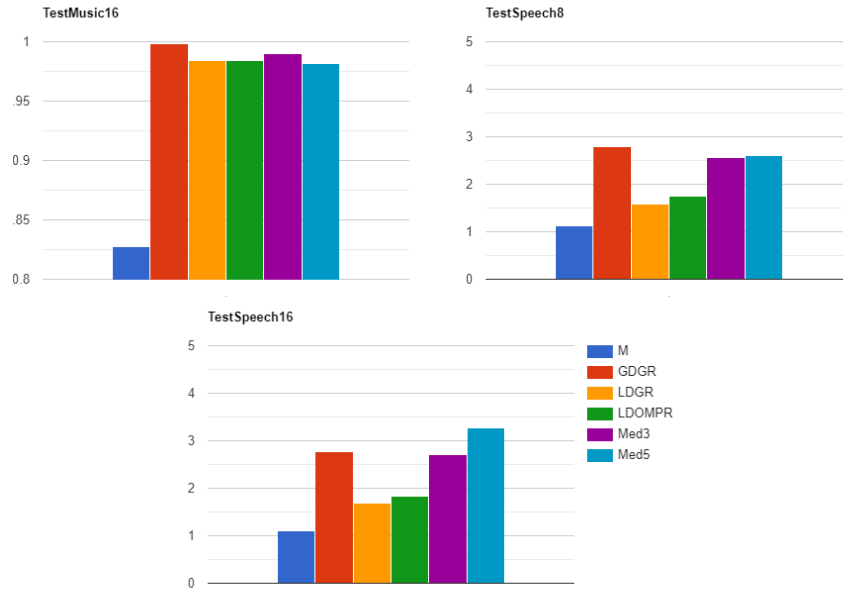
Rezultati dobijeni u slučaju *ii*) prikazani su na Slici 14. Posmatranjem dijagrama kod testSpeech8kHz dataseta može se uočiti da algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije postiže najbolju prosječnu PESQ ocjenu od 2.7891, iza koga slijede median filter 5 i 3 sa vrijednošću od 2.605 i 2.557 respektivno. Analiziranjem dataseta testSpeech16kHz, može se primijetiti da najvišu prosječnu PESQ ocjenu od 3.2747 postiže median filter 5, iza koga su po performansama algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije od 2.7684 i median filter dužine 3 od 2.7178. I za slučaj dataseta testMusic16kHz, algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije postiže najbolji usrednjeni PEMO-Q rezultat od 0.9983, dok su iza njega po performansama median filter dužine 3 sa ocjenom od 0.9897. Uočljivo je da kod sva tri dataseta, metode koje koriste detekciju zasnovanu na Laplasovom filteru postižu znatno gore rezultate u odnosu na ostale algoritme.

Na Slici 15 su prikazani rezultati dobijeni u eksperimentu *iii*), to jest situacija kad je procenat zašumljenih odbiraka 20% i kada impulsni šum uzima vrijednosti unutar dometa vrijednosti originalnog signala. Za datasetove testSpeech8kHz i testSpeech16kHz najveće prosečne PESQ ocjene od 1.9967 i 2.0446 postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, dok njemu slijedi za oba seta algoritam zasnovan na detekciji primjenom Laplasovog filtra i OMP rekonstrukciji, sa rezultatima od 1.8915 i 1.8116. Za dataset testMusic16kHz najbolji rezultat daje algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije sa prosječnom PEMO-Q ocjenom od 0.9711.

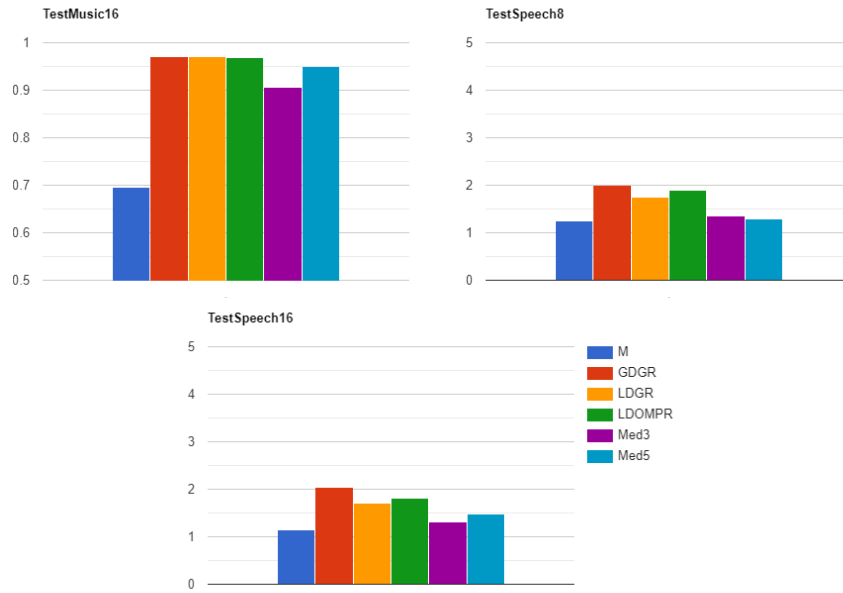
Rezultati koji se dobijaju u slučaju oštećenja šumom sa parametrima $p = 20\%$, $\alpha = 0.1$ i $b = 2$ predstavljeni su na Slici 16. Algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu ima najbolje performanse, sa prosječnom PESQ ocjenom od 1.8729 kod testSpeech8kHz dataseta, 2.0198 kod testSpeech16kHz dataseta i prosječnom PEMO-Q ocjenom od 0.9641 kod dataseta testMusic16kHz.



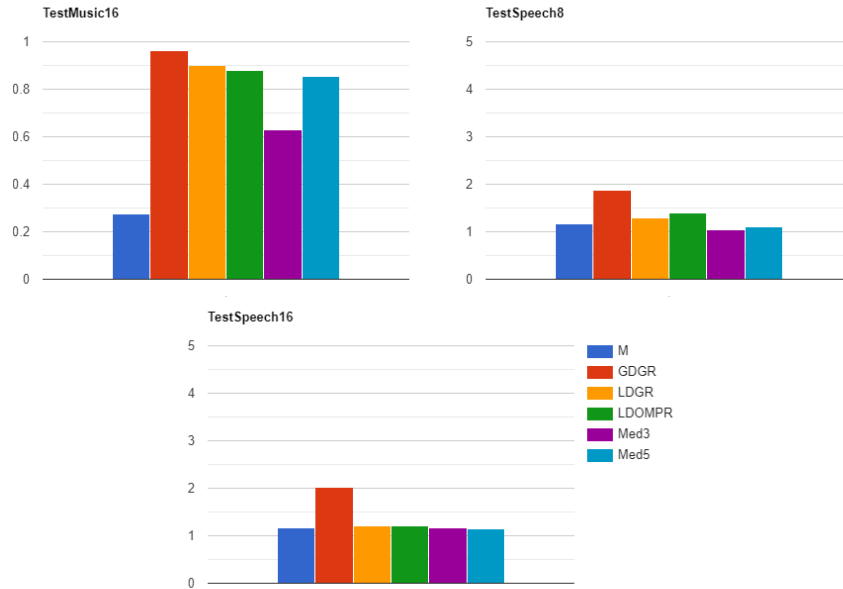
Slika 13: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



Slika 14: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



Slika 15: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



Slika 16: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri

4.3 Uklanjanje šuma korišćenjem prozora dužine 512

4.3.1 MSE

U Tabelama 5-8 prikazane su vrijednosti srednje kvadratne greške (MSE) za slučaj korišćenja Hann-ovog prozora dužine 512. Prva kolona svake tabele odnosi se na MSE između originalnog signala i zašumljenog signala. U preostalim kolonama nalaze se MSE vrijednosti između originalnog signala i rekonstruisanog signala, dobijene korišćenjem različitih tehnika rekonstrukcije. Od druge kolone pa nadalje predstavljene su MSE vrijednosti redom za sledeće metode: *i*) algoritam detekcije i rekonstrukcije bazirane na gradijentu mjere koncentracije u DCT domenu, *ii*) algoritam detekcije sa Laplasovim filtrom i rekonstrukcije zasnovane na gradijentu, *iii*) algoritam sa detekcijom pomoću Laplasovog filtra i OMP rekonstrukcijom, *iv*) median filter dužine 3 i *v*) median filter dužine 5. MSE-ovi na tabelama su usrednjeni po skupovima podataka, korišćenjem relacija (83) i (84). Po redovima tabela prikazani su rezultati dobijeni u slučaju različitih vrijednosti parametara a i b , kojima se definiše opseg vrednosti impulsnog šuma.

Tabela 5: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 1% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-51.35 dB	-61.61 dB	-61.16 dB	-59.89 dB	-57.1 dB	-53.34 dB
a=0.1, b=1	-46.34 dB	-61.12 dB	-59.34 dB	-59.16 dB	-56.65 dB	-53.22 dB
a=0.1, b=1.5	-42.90 dB	-59.71 dB	-57.04 dB	-58.3 dB	-56.51 dB	-53.32 dB
a=0.1, b=2	-40.52 dB	-59.1 dB	-55.25 dB	-57.07 dB	-55.81 dB	-53.33 dB

'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-51.21 dB	-64.37 dB	-63.23dB	-62.46 dB	-56.98 dB	-56.12 dB
a=0.1, b=1	-45.97 dB	-64.54 dB	-59.54 dB	-61.2 dB	-56.47 dB	-56.08 dB
a=0.1, b=1.5	-42.78 dB	-63.37 dB	-57.23 dB	-58.64 dB	-55.13 dB	-56.11 dB
a=0.1, b=2	-40.29 dB	-61.25 dB	-54.74 dB	-57.22 dB	-54.99 dB	-56.12 dB

'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-33.41 dB	-46.15 dB	-45.3 dB	-43.79 dB	-46 dB	-38.26 dB
a=0.1, b=1	-29.3 dB	-46.44 dB	-43.26 dB	-42.28 dB	-44.43 dB	-38.05 dB
a=0.1, b=1.5	-26.51 dB	-46.29 dB	-42 dB	-40.85 dB	-44.04 dB	-38.17 dB
a=0.1, b=2	-24.24 dB	-45.55 dB	-40.79 dB	-39.28 dB	-43.36 dB	-38.19 dB

U Tabeli 5 prikazani su rezultati za slučaj kada je 1% odbiraka audio signala iz razmatranih datasetova oštećeno impulsnim šumom. Za dataset `testSpeech8kHz`, algoritam koji koristi detekciju i rekonstrukciju zasnovanu na gradijentu generalno ostvaruje najbolje rezultate u smislu MSE-a za svaku varijaciju parametara a i b . Za prvi i drugi red tabele u smislu rezultata prati ga algoritam detekcije Laplasovim filtrom i gradijentne rekonstrukcije, sa MSE poboljšanjima od -0.45 dB i -0.78 dB, dok za treći i četvrti red dominira algoritam detekcije zasnovan na Laplasovom filtru i OMP rekonstrukciji, sa razlikom MSE-a od -1.41 dB i -2.03 dB.

Za `testSpeech16kHz` i `testMusic16kHz` dataset, algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu takođe pokazuje najbolje performanse za sve vrijednosti parametara a i b . Uočljivo je da se median filtri dužine 3 i 5 ne ističu po performansama ni u jednom od razmatranih slučajeva, u poređenju sa ostalim algoritmima, sa izuzetkom gdje median filter dužine 3 postiže drugi po redu najbolji rezultat kod dataseta `testMusic16kHz`. Za razliku od rezultata prikazanih u Tabeli 1, koji su dobijeni za za Hann-ov prozor dužine 256, rezultati u Tabeli ?? su u prosjeku bolji za -3.8974 dB za CS rekonstrukcione algoritme.

Tabela 6: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 5% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-44.35 dB	-55.11 dB	-55.5 dB	-55.49 dB	-53.08 dB	-51.92 dB
a=0.1, b=1	-39.24 dB	-55.8 dB	-53.62 dB	-54.6 dB	-50.75 dB	-51.67 dB
a=0.1, b=1.5	-36.02 dB	-54.53 dB	-51.15 dB	-53.13 dB	-48.62 dB	-51.64 dB
a=0.1, b=2	-33.58 dB	-53.25 dB	-49.16 dB	-51.61 dB	-46.59 dB	-51.14 dB
'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-44.08 dB	-57.54 dB	-56.88 dB	-57.39 dB	-52.91 dB	-54.52 dB
a=0.1, b=1	-39.06 dB	-57.7 dB	-53.73 dB	-55.46 dB	-50.11 dB	-54.3 dB
a=0.1, b=1.5	-35.73 dB	-58.09 dB	-51.15 dB	-53.42 dB	-48.22 dB	-53.89 dB
a=0.1, b=2	-33.4 dB	-56.97 dB	-49.06 dB	-51.5 dB	-46.33 dB	-53.23 dB
'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-27.13 dB	-39.88 dB	-39.81 dB	-39.04 dB	-40.24 dB	-36.17 dB
a=0.1, b=1	-22.95 dB	-40.77 dB	-38.08 dB	-37.23 dB	-37.71 dB	-35.86 dB
a=0.1, b=1.5	-20.13 dB	-41.65 dB	-36.65 dB	-35.29 dB	-35.56 dB	-35.37 dB
a=0.1, b=2	-18.02 dB	-41.43 dB	-35.3 dB	-34.09 dB	-34.01 dB	-34.9 dB

MSE rezultati za slučaj kada je oštećeno 5% odbiraka razmatranih audio signa-

la, prikazani su u Tabeli 6. Za dataset `testSpeech8kHz`, kada su parametri $a = 0.1$ i $b = 0.5$, najniži MSE od -55.5 dB ostvaruje algoritam zasnovan na detekciji pomoću Laplasovog filtra i rekonstrukciji primjenom gradijentnog algoritma. U slučaju ostalih razmatranih vrijednosti parametara a i b , najbolje preformanse postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovane na gradijentu mjere koncentracije DCT koeficijenata. U slučaju datasetova `testSpeech16kHz` i `testMusic16kHz`, najniže MSE-ove postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, sa izuzetkom kod dataseta `testMusic16kHz`, gdje za vrijednosti parametara $a = 0.1$ i $b = 0.5$, median filtar ima najmanju vrijednost MSE-a od -40.24 dB. U poređenju sa rezultatima iz Tabele 2, rezultati u Tabeli 6 su u prosjeku bolji za -2.0905 dB, u slučaju CS algoritama.

Tabela 7: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 10% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-41.31 dB	-51.7 dB	-52.63 dB	-53.13 dB	-49.24 dB	-50.24 dB
a=0.1, b=1	-36.23 dB	-53.2 dB	-50.37 dB	-51.96 dB	-46.05 dB	-49.72 dB
a=0.1, b=1.5	-33.01 dB	-52.44 dB	-48.19 dB	-49.99 dB	-43.49 dB	-48.83 dB
a=0.1, b=2	-30.57 dB	-51.83 dB	-46.12 dB	-48.41 dB	-41.32 dB	-47.93 dB

'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-41.09 dB	-55 dB	-53.67 dB	-54.57 dB	-49.17 dB	-52.65 dB
a=0.1, b=1	-36 dB	-55.23 dB	-50.58 dB	-52.43 dB	-45.74 dB	-51.53 dB
a=0.1, b=1.5	-32.72 dB	-54.44 dB	-48.07 dB	-50.19 dB	-43.2 dB	-50.26 dB
a=0.1, b=2	-30.36 dB	-56.49 dB	-46.04 dB	-48.27 dB	-41.06 dB	-49.04 dB

'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-24.44 dB	-36.55 dB	-36.84 dB	-36.21 dB	-36.15 dB	-33.76 dB
a=0.1, b=1	-20.26 dB	-37.09 dB	-34.99 dB	-34.35 dB	-32.97 dB	-33.06 dB
a=0.1, b=1.5	-17.43 dB	-37.91 dB	-33.62 dB	-32.66 dB	-30.54 dB	-31.92 dB
a=0.1, b=2	-15.32 dB	-38.1 dB	-32.3dB	-31.08 dB	-28.45 dB	-30.78 dB

Rezultati dobijeni u slučaju 10% zašumljenih odbiraka prikazani su u Tabeli 7. U opštem slučaju, po performansama, prvo mjesto zauzima algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, sa izuzetkom u slučaju `testSpeech8kHz` dataseta, gdje najmanji MSE od -53.13 dB, kad je $a = 0.1$ i $b = 0.5$, ostvaruje algoritam Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije i u slučaju `testMusic16kHz` dataseta, gdje najmanji MSE od -36.84 dB, ostvaren za $a = 0.1$ i $b = 0.5$, postiže algoritam

Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije. Za razliku od Tabele 3, Tabela 7 u prosjeku ima manji MSE od -1.4962 dB.

Tabela 8: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 20% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-38.27 dB	-48.97 dB	-48.76 dB	-49.8 dB	-44.67 dB	-47.18 dB
a=0.1, b=1	-33.18 dB	-50.4 dB	-46.48 dB	-47.83 dB	-40.75 dB	-45.33 dB
a=0.1, b=1.5	-29.95 dB	-50.13 dB	-44.08 dB	-45.72 dB	-37.83 dB	-43.55 dB
a=0.1, b=2	-27.55 dB	-49.66 dB	-42.15 dB	-43.76 dB	-35.69 dB	-41.59 dB

'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-38.04 dB	-51.07 dB	-49.63 dB	-50.62 dB	-44.42 dB	-48.36 dB
a=0.1, b=1	-32.97 dB	-51.5 dB	-46.58 dB	-47.81 dB	-40.51 dB	-46.02 dB
a=0.1, b=1.5	-29.73 dB	-51.41 dB	-44.13 dB	-45.47 dB	-37.61 dB	-43.76 dB
a=0.1, b=2	-27.35 dB	-53.48 dB	-42.1 dB	-43.62 dB	-35.35 dB	-42.07 dB

'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-21.69 dB	-32.96 dB	-33.08 dB	-32.4 dB	-31.23 dB	-29.78 dB
a=0.1, b=1	-17.57 dB	-33 dB	-31.29 dB	-30.17 dB	-27.71 dB	-28.18 dB
a=0.1, b=1.5	-14.72 dB	-31.95 dB	-29.7 dB	-28.3 dB	-25 dB	-26.37 dB
a=0.1, b=2	-12.62 dB	-33.39 dB	-28.49 dB	-26.78 dB	-22.89 dB	-25.23 dB

U Tabeli 8 su prikazani MSE rezultati za slučaj kada je $\frac{1}{5}$ odbiraka razmatranih audio signala oštećena. Kod dataseta testSpeech8kHz, za prvi red tabele, najmanji MSE od -49.8 dB postiže algoritam zasnovan na detekciji primjenom Laplasovog filtra i OMP rekonstrukciji, dok za ostale vrijednosti razmatranih parametara, najbolje MSE rezultate postiže algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije, i to sa: -50.4 dB, -50.13 dB i -49.66 dB. Kod testSpeech16kHz dataseta, za sve slučajeve vrijednosti parametara a i b , najmanje MSE-ove postiže algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije. Kod testMusic16kHz dataseta, sa izuzetkom kad je $a = 0.1$ i $b = 0.5$ i kada najmanji MSE od -33.08 dB postiže algoritam Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije, u ostalim slučajevima najbolje preformanse ima algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu mjere koncentracije. Za razliku od rezultata iz Tabele 4 kada je razmatran Hann-ov prozor dužine 256, rezultati u Tabeli 8 bolji su za -1.33 dB, na osnovu čega se može primijetiti pad poboljšanja sa porastom procenta zašumljenih odbiraka p , kada se koristi prozor dužine 512.

4.3.2 PESQ i PEMO-Q

U ovoj podsekciji, za Hann-ov prozor dužine 512, prikazane su PESQ i PEMO-Q ocjene za četiri razmatrane kombinacije vrijednosti parametara a , b i p :

- i) Slučaj kad je $p = 1\%$, $a = 0.1$; $b = 0.5$;
- ii) Slučaj kad je $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$;
- iii) Slučaj kad je $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$;
- iv) Slučaj kad je $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$;

Prethodno navedena četiri primjera su analizirana kako bi se posmatrале situacije sa minimalnim (1%) i maksimalnim (20%) procentom zašumljenih odbiraka i kako impulsni šum utiče na signale u zavisnosti od toga da li se njegova vrijednost nalazi unutar ili izvan opsega vrijednosti originalnog signala.

PESQ pruža vrednost MOS na skali od 1 do 5, gde 5 označava najbolji kvalitet, dok PEMO-Q daje vrednost PSM_t između 0 i 1, pri čemu 1 predstavlja savršenu sličnost sa originalnim signalom. PESQ i PEMO-Q ocjene su usrednjene po datasetovima.

U slučaju sa 1% zašumljenih odbiraka i parametara $a = 0.1$, $b = 0.5$, za koji su rezultati prikazani na Slici 17, može se uočiti da za testSpeech8kHz dataset, algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu postiže najveću PESQ ocjenu od 3.0921. Kod testSpeech16kHz dataseta, median filtar dužine 5 dominira sa PESQ ocjenom od 3.2941, pri čemu ostali algoritmi postižu ocjene bliske njemu. Za testMusic16kHz dataset, najbolju PEMO-Q ocjenu od 0.9991 postiže isto algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu. Uočljivo je da u poređenju sa ekvivalentnim dijagramima iz podsekcije 4.2.2, kod testSpeech8kHz i testSpeech16kHz datasetova, algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije ima manje PESQ ocjene, i to za 0.2939 i 0.3584, dok kod ostala dva CS algoritma je primijetan porast PESQ ocjene u prosjeku za 0.4268, što predstavlja veliko poboljšanje.

Rezultati dobijeni u drugom razmatranom slučaju prikazani su na Slici 18, za Hann-ov prozor dužine 512. Posmatranjem dijagrama koji se odnose na dataset testSpeech8kHz, može se uočiti da algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije postiže najbolju prosječnu PESQ ocjenu od 3.3739, što predstavlja poboljšanje od 0.5848 u poređenju sa slučajem kada je korišćen prozor dužine 256. Analiziranjem rezultata ostvarenih za dataset testSpeech16kHz, može se primijetiti da najvišu prosječnu PESQ ocjenu od 3.2747 postiže median filtar dužine 5, nakon koga slijedi algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, gdje je ostvarena PE-

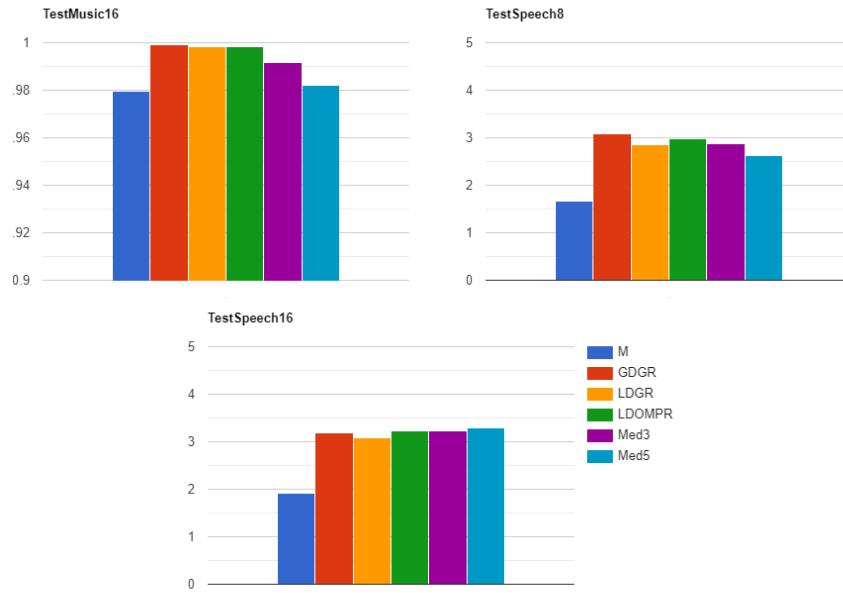
SQ ocjena od 3.2691, sa porastom od 0.5007. Kod dataseta `testMusic16kHz`, algoritam gradijentne detekcije i gradijentne rekonstrukcije postiže najbolji usrednjeni PEMO-Q rezultat od 0.999. Kod dataseta `testSpeech8kHz` i `testSpeech16kHz`, algoritmi koji koriste metodu detekcije zasnovane na Laplasovom filtru postižu PESQ ocjene veće za 2, što je znatno poboljšanje u poređenju sa ekvivalentnim rezultatima sa dijagrama iz sekcije 4.2.2.

Na Slici 19, prikazani su rezultati dobijeni u slučaju *iii*), u kojem se razmatra situacija kada je procenat zašumljenih odbiraka 20%, i kada impulsni šum uzima vrijednosti unutar dometa vrijednosti originalnog signala. Za datasetove `testSpeech8kHz` i `testSpeech16kHz` najveće prosječne PESQ ocjene od 2.0054 i 2.3257 (sa poboljšanjem od 0.0087 i 0.2811 u poređenju sa prozorom dužine 256) postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, dok je iza njega po performansama, u slučaju oba dataseta, algoritam sa detekcijom pomoću Laplasovog filtra i OMP rekonstrukcijom, sa rezultatima od 1.9348 i 1.9671 (sa poboljšanjem od 0.0433 i 0.1555). U slučaju dataseta `testMusic16kHz`, najbolje rezultate takođe produkuje algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, sa prosječnom PEMO-Q ocjenom od 0.9816 (sa poboljšanjem od 0.0105), koga prate algoritam Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije i algoritam Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije sa istom prosječnom PEMO-Q ocjenom od 0.9746.

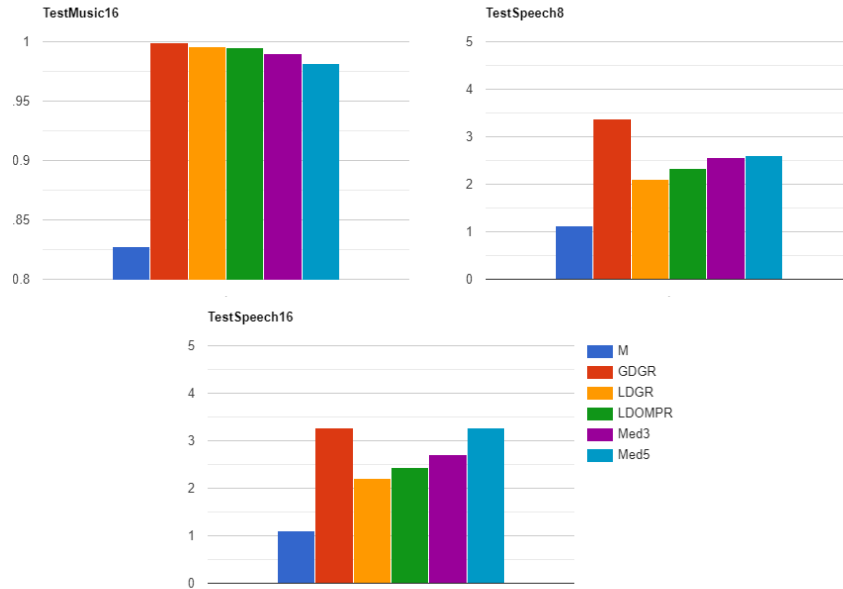
Rezultati dobijeni kada je procenat zašumljenih odbiraka 20% i vrijednost parametara $a = 0.1$ i $b = 2$ predstavljeni su na Slici 20. Algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu ima najbolje preformance, sa prosječnom PESQ ocjenom od 2.0290 (+0.1561) kod `testSpeech8kHz` dataseta, 2.0941 (+0.0743) kod `testSpeech16kHz` dataseta, i sa prosječnom PEMO-Q ocjenom od 0.9762 (+0.0121) kod dataseta `testMusic16kHz`. Ostali algoritmi postižu znatno gore rezultate, što je u skladu sa MSE rezultatima četvrtog reda Tabele 8.

Rezultati ukazuju na to da u prosjeku, algoritmi kompresivnog odabiranja (CS) ostvaruju primjetno bolji kvalitet rekonstruisanih signala kada se koristi Hann-ov prozor dužine 512, u poređenju sa prozorom dužine 256. Ovaj napredak u performansama je jasno izražen kroz metrike MSE, PESQ-MOS i PEMO-Q-PSM_t.

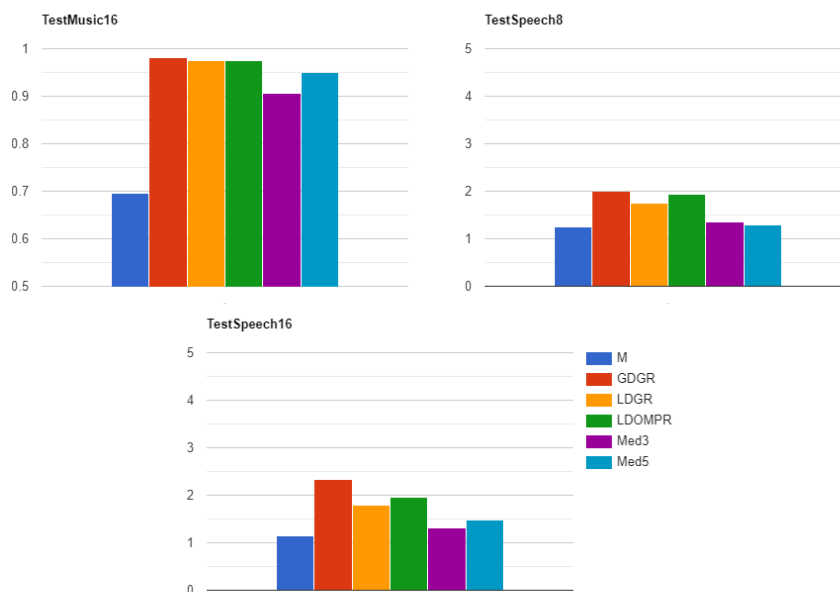
U opštem slučaju, optimalne performanse postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, čije su ocjene ili mnogo bolje od ocjena ostalih algoritama (pogotovo u situacijama gdje impulsni šum uzima vrijednosti van opsega vrijednosti originalnih signala) ili zanemarljivo gore od najboljih ocjena. Performanse median filtra dužine 3 i 5 su znatno opale, sa porastom dužine prozora na 512, u poređenju sa posmatranim CS metodama za uklanjanje impulsnog šuma.



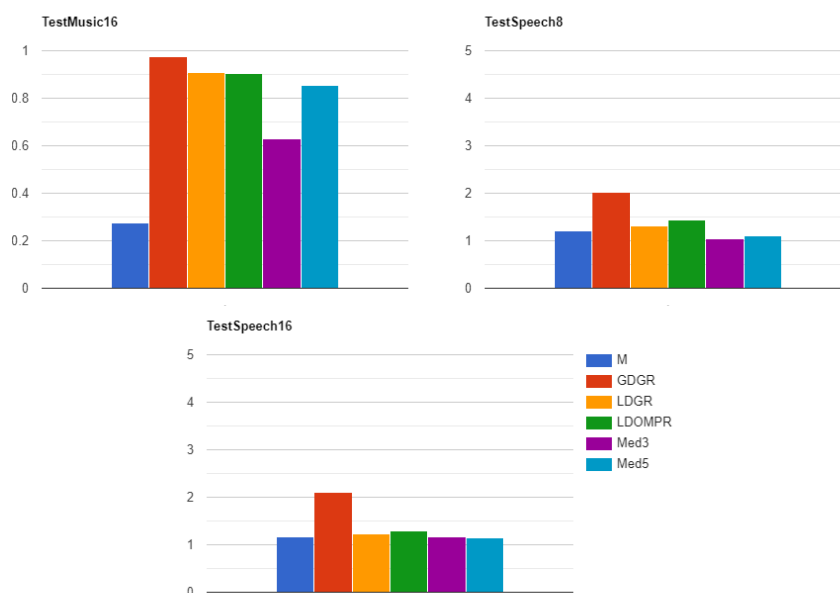
Slika 17: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



Slika 18: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



Slika 19: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



Slika 20: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri

4.4 Uklanjanje šuma korišćenjem prozora dužine 1024

4.4.1 MSE

U ovoj podsekciji su prikazane vrijednosti srednje kvadratne greške (MSE) dobijene upotrebom CS algoritama za uklanjanje šuma, za slučaj korišćenja Hann-ovog prozora dužine 1024. Rezultati su prikazani u Tabelama 9–12, gdje prva kolona svake tabele predstavlja MSE-ove (usrednjene po setovima podataka) između originalnih signala i zašumljenih signala, dok su u ostalim kolonama usrednjene MSE vrijednosti između originalnih i rekonstruisanih signala dobijenih primjenom: *i*) algoritma detekcije i rekonstrukcije baziranom na gradijentu, *ii*) algoritma detekcije sa Laplasovim filtrom i rekonstrukcije zasnovane na gradijentu, *iii*) algoritma detekcije Laplasovim filtrom i OMP rekonstrukcijom, *iv*) median filtra dužine 3 i *v*) median filtra dužine 5. MSE-ovi prethodno navedenih algoritama su redom prikazani od druge kolone pa nadalje u tabelama iz ove podsekcije.

Tabela 9: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 1% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-51.35 dB	-60.51 dB	-60.57 dB	-60.29 dB	-57.1 dB	-53.34 dB
a=0.1, b=1	-46.34 dB	-61.32 dB	-59.23 dB	-59.02 dB	-56.65 dB	-53.22 dB
a=0.1, b=1.5	-42.90 dB	-61.07 dB	-57.03 dB	-57.53 dB	-56.51 dB	-53.32 dB
a=0.1, b=2	-40.52 dB	-60.32 dB	-55.23 dB	-56.03 dB	-55.81 dB	-53.33 dB

'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-51.21 dB	-66.34 dB	-63.11 dB	-63.87 dB	-56.98 dB	-56.12 dB
a=0.1, b=1	-45.97 dB	-66.03 dB	-59.57 dB	-61.62 dB	-56.47 dB	-56.08 dB
a=0.1, b=1.5	-42.78 dB	-64.89 dB	-57.26 dB	-59.16 dB	-55.13 dB	-56.11 dB
a=0.1, b=2	-40.29 dB	-63.77 dB	-54.93 dB	-57.19 dB	-54.99 dB	-56.12 dB

'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-33.41 dB	-46.16 dB	-44.79 dB	-44.8 dB	-46 dB	-38.26 dB
a=0.1, b=1	-29.3 dB	-46.04 dB	-42.77 dB	-42.78 dB	-44.43 dB	-38.05 dB
a=0.1, b=1.5	-26.51 dB	-45.87 dB	-40.89 dB	-40.89 dB	-44.04 dB	-38.17 dB
a=0.1, b=2	-24.24 dB	-45.36 dB	-39.34 dB	-39.24 dB	-43.36 dB	-38.19 dB

U Tabeli 9 su prikazane MSE ocjene za slučaj kada je 1% odbiraka originalnog signala oštećeno impulsnim šumom. Kod dataseta testSpeech8kHz za vrijednosti

parametara $a = 0.1$ i $b = 0.5$ najniži MSE postiže algoritam detekcije Laplasovim filtrom i gradijentne rekonstrukcije od -60.57 dB. Za ostale vrijednosti parametara a i b u vidu rezultata algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovane na gradijentu postiže najniže MSE-ove od -61.32 dB, -61.07 dB i -60.32 dB.

Za testSpeech16kHz dataset, sa MSE vrijednostima od -66.34 dB, -66.03 dB, -64.89 dB i -63.77 dB, najbolje performanse ima algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu za sve vrijednosti parametara a i b , dok ostali algoritmi postižu znatno gore rezultate u poređenju sa pomenutim pristupom. Kod testMusic16kHz dataseta algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu takođe pokazuje najbolje performanse za sve vrijednosti parametara a i b , sa MSE-ovima od -46.16 dB, -46.04 dB, -45.87 dB i -45.36 dB. Ostali algoritmi su pokazali znatno gore rezultate, što je vidljivo u drugom, trećem i četvrtom redu tabele, za slučaj TestMusic16kHz dataset-a.

Tabela 10: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 5% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-44.35 dB	-54.11 dB	-55.51 dB	-55.67 dB	-53.08 dB	-51.92 dB
a=0.1, b=1	-39.24 dB	-55.61 dB	-53.75 dB	-54.34 dB	-50.75 dB	-51.67 dB
a=0.1, b=1.5	-36.02 dB	-56.14 dB	-51.68 dB	-52.55 dB	-48.62 dB	-51.64 dB
a=0.1, b=2	-33.58 dB	-55.82 dB	-49.63 dB	-50.79 dB	-46.59 dB	-51.14 dB
'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-44.08 dB	-57.81 dB	-57.25 dB	-58.32 dB	-52.91 dB	-54.52 dB
a=0.1, b=1	-39.06 dB	-59.74 dB	-54.2 dB	-56.11 dB	-50.11 dB	-54.3 dB
a=0.1, b=1.5	-35.73 dB	-60.01 dB	-51.8 dB	-54.19 dB	-48.22 dB	-53.89 dB
a=0.1, b=2	-33.4 dB	-59.39 dB	-49.67 dB	-52.27 dB	-46.33 dB	-53.23 dB
'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-27.13 dB	-40.59 dB	-39.48 dB	-39.82 dB	-40.24 dB	-36.17 dB
a=0.1, b=1	-22.95 dB	-41.2 dB	-37.66 dB	-37.84 dB	-37.71 dB	-35.86 dB
a=0.1, b=1.5	-20.13 dB	-40.82 dB	-35.91 dB	-35.94 dB	-35.56 dB	-35.37 dB
a=0.1, b=2	-18.02 dB	-40.73 dB	-34.36 dB	-34.61 dB	-34.01 dB	-34.9 dB

Za razliku od Tabele 5 u kojoj su prikazani rezultati dobijeni za Hann-ov prozor dužine 512, rezultati prikazani u Tabeli 9, koji se odnose na Hanov prozor dužine 512 bolji su u prosjeku za -0.1752 dB, za CS rekonstrukcione algoritme. U poređenju

sa poboljšanjem od -3.8974 do kojeg je došlo prilikom prelaska sa Hanovog prozora dužine 256 na Hanov prozor dužine 512, prelazak na još duži prozor (1024) je donio samo neznatna poboljšanja, indicirajući da dolazi do gubitka rijetkosti, odnosno, visoke koncentracije signala u DCT domenu.

Slučaj kad je oštećečno 5% odbiraka originalnog signala je prikazan u Tabeli 10. Za dataset `testSpeech8kHz`, kada su parametri $a = 0.1$ i $b = 0.5$, najniži MSE od -55.67 dB postiže algoritam Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije. Za ostale vrijednosti parametara a i b najniže MSE-ove od -55.61 dB, -56.14 dB i -55.82 dB ostvaruje algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu. Kod data-seta `testSpeech16kHz`, za vrijednosti parametara $a = 0.1$ i $b = 0.5$, najmanji MSE postiže takođe algoritam Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije sa -58.32 dB, dok u ostalim slučajevima najmanje MSE-ove ostvaruje algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu sa -59.74 dB, -60.01 dB i -59.39 dB. I kod `testMusic16kHz` data-seta najniže MSE-ove za sve vrijednosti a i b postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu. U poređenju sa rezultatima iz Tabele 6, u rezultatima u Tabeli 10 primjećuje se MSE niži za -0.3956 dB kod CS algoritama.

Tabela 11: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 10% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-41.31 dB	-50.96 dB	-52.3 dB	-52.92 dB	-49.24 dB	-50.24 dB
a=0.1, b=1	-36.23 dB	-52.3 dB	-50.14 dB	-51.15 dB	-46.05 dB	-49.72 dB
a=0.1, b=1.5	-33.01 dB	-53.23 dB	-48.11 dB	-48.9 dB	-43.49 dB	-48.83 dB
a=0.1, b=2	-30.57 dB	-53.36 dB	-46.11 dB	-47 dB	-41.32 dB	-47.93 dB
'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-41.09 dB	-54.71 dB	-53.8 dB	-54.85 dB	-49.17 dB	-52.65 dB
a=0.1, b=1	-36 dB	-56.55 dB	-50.55 dB	-52.48 dB	-45.74 dB	-51.53 dB
a=0.1, b=1.5	-32.72 dB	-56.42 dB	-48.12 dB	-50.1 dB	-43.2 dB	-50.26 dB
a=0.1, b=2	-30.36 dB	-63.3 dB	-46.09 dB	-48.14 dB	-41.06 dB	-49.04 dB
'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-24.44 dB	-37.69 dB	-36.37 dB	-36.64 dB	-36.15 dB	-33.76 dB
a=0.1, b=1	-20.26 dB	-38.54 dB	-34.29 dB	-34.5 dB	-32.97 dB	-33.06 dB
a=0.1, b=1.5	-17.43 dB	-38.42 dB	-32.53 dB	-32.65 dB	-30.54 dB	-31.92 dB
a=0.1, b=2	-15.32 dB	-38.25 dB	-30.96 dB	-31.01 dB	-28.45 dB	-30.78 dB

MSE rezultati za slučaj kad je 10% odbiraka zašumljeno su prikazani je u Tabeli 11. Kod `testSpeech8kHz` dataseta, kad je $a = 0.1$ i $b = 0.5$, najmanje MSE vrijednosti od -52.3 dB i -52.92 ostvaruju algoritam Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije i algoritam Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije. Za ostale vrijednosti parametara a i b algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu postiže najbolje MSE vrijednosti od -52.3 dB, -53.23 dB i -53.36 dB. Kod dataseta `testSpeech16kHz`, za prvi red tabele najbolji rezultat od -54.85 dB ostvaruje algoritam Laplasove detekcije i rekonstrukcije baziran na OMP-u, dok za ostale redove tabele najbolje rezultate ostvaruje algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu sa MSE-ovima od -56.55 dB, -56.42 dB i -63.3 dB. I za slučaj `testMusic16kHz` dataseta za sve vrijednosti parametara a i b najbolje rezultate postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu. U poređenju sa svojim ekvivalentom kad je dužina Hann-ovog prozora 512 Tabela 11 u prosjeku ima manji MSE od -0.1890 dB.

Tabela 12: Rezultati redukcije impulsnog šuma u audio signalima sa 20% oštećenih odbiraka, koristeći analizirane pristupe. Početni MSE (prva kolona) i MSE nakon primjene različitih tehnika redukcije šuma su prikazani na tabeli.

'testSpeech8kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-38.27 dB	-48.47 dB	-48.6 dB	-49.21 dB	-44.67 dB	-47.18 dB
a=0.1, b=1	-33.18 dB	-49.41 dB	-46.42 dB	-46.71 dB	-40.75 dB	-45.33 dB
a=0.1, b=1.5	-29.95 dB	-50 dB	-44.2 dB	-44.5 dB	-37.83 dB	-43.55 dB
a=0.1, b=2	-27.55 dB	-50.27 dB	-42.39 dB	-42.48 dB	-35.69 dB	-41.59 dB
'testSpeech16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-38.04 dB	-51.67 dB	-49.86 dB	-50.61 dB	-44.42 dB	-48.36 dB
a=0.1, b=1	-32.97 dB	-52.49 dB	-46.84 dB	-47.65 dB	-40.51 dB	-46.02 dB
a=0.1, b=1.5	-29.73 dB	-52.8 dB	-44.27 dB	-45.22 dB	-37.61 dB	-43.76 dB
a=0.1, b=2	-27.35 dB	-59.19 dB	-42.4 dB	-43.44 dB	-35.35 dB	-42.07 dB
'testMusic16kHz'	MSE (in.)	GdDtGdRc	LpDtGdRc	LpDtOMPRc	Med 3	Med 5
a=0.1, b=0.5	-21.69 dB	-33.33 dB	-32.53 dB	-32.56 dB	-31.23 dB	-29.78 dB
a=0.1, b=1	-17.57 dB	-33.26 dB	-30.41 dB	-30.16 dB	-27.71 dB	-28.18 dB
a=0.1, b=1.5	-14.72 dB	-32.26 dB	-28.59 dB	-28.19 dB	-25 dB	-26.37 dB
a=0.1, b=2	-12.62 dB	-33.89 dB	-27.2 dB	-26.58 dB	-22.89 dB	-25.23 dB

I u Tabeli 12 su prikazane MSE vrijednosti za slučaj kad je oštećeno 20% odbiraka originalnih signala iz sva tri seta podataka. Kod dataseta `testSpeech8kHz`, za vrijednosti parametara $a = 0.1$ i $b = 0.5$, najmanji MSE postiže algoritam Laplasove

detekcije i OMP rekonstrukcije od -49.21 dB, nakon kojeg je najbolji algoritam Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije sa MSE-om od -48.6 dB, dok za ostale redove najbolje MSE ocjene postiže algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije od -49.41 dB, -50 dB i -50.27 dB. Kod `testSpeech16kHz` dataseta za sve vrijednosti parametara a i b najbolje MSE-ove ostvaruje algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije. Kod `testMusic16kHz` dataseta najbolje performanse, u smislu MSE vrijednosti, postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu za sve slučajeve a i b .

4.4.2 PESQ i PEMO-Q

Za slučaj kad je dužina Hann-ovog prozora 1024, na Slikama 21-24 su prezentovane PESQ i PEMO-Q ocjene. Razmatrane su četiri situacije za različite vrijednosti parametara a , b i p : *i*) slučaj kad je $p = 1\%$, $a = 0.1$; $b = 0.5$, *ii*) slučaj kad je $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$, *iii*) slučaj kad je $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$ i *iv*) slučaj kad je $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$. Navedene četiri slučaja su analizirana kako bi se posmatrale situacije sa malim (1%) i velikim (20%) procentom zašumljenih odbiraka i kako bi se ispitalo kako impulsni šum utiče na signale u zavisnosti da li uzima vrijednosti unutar ili izvan opsega vrijednosti originalnog signala. PESQ metrika pruža vrijednost MOS na skali od 1 do 5, gdje 5 označava najbolji kvalitet, dok PEMO-Q daje vrijednost PSM_t između 0 i 1, pri čemu 1 predstavlja identičnost sa originalnim signalom. PESQ i PEMO-Q ocjene su usrednjene po datasetovima.

Slučaj *i*) je prezentovan na Sliku 21. Kod dijagrama prikazanih za `testSpeech8kHz` dataset, algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu postiže najveću PESQ ocjenu od 2.8891, koja je manja 0.203 u odnosu na slučaj kad je Hann-ov prozor dužine 512. Sledeći najbolju PESQ ocjenu od 2.8190 ostvaruje median filter dužine 3, dok ostali algoritmi imaju zanemarljivo slabije rezultate u poređenju sa ova dva algoritma. Kod `testSpeech16kHz` dataseta median filter dužine 5 dominira sa PESQ ocjenom od 3.3719 (+0.0778), pri čemu ostali algoritmi postižu ocjene bliske njegovoj ocjeni. Za `testMusic16kHz` dataset najbolju PEMO-Q ocjenu postiže isto algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu od 0.9992.

Na Slici 22 je prikazan slučaj *ii*) za Hann-ov prozor dužine 1024. Posmatranjem dijagrama koji se odnosi na dataset `testSpeech8kHz` može se uočiti da algoritam gradijentne detekcije i rekonstrukcije postiže najbolju prosječnu PESQ ocjenu od 3.2451, što predstavlja pogoršanje od -0.1288 u poređenju sa slučajem kad je korišćen prozor dužine 512. Analiziranjem rezultata dobijenih za dataset `testSpeech16kHz` može se primijetiti da najvišu prosječnu PESQ ocjenu od 3.4854 ostvaruje takođe algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu sa porastom od 0.2163

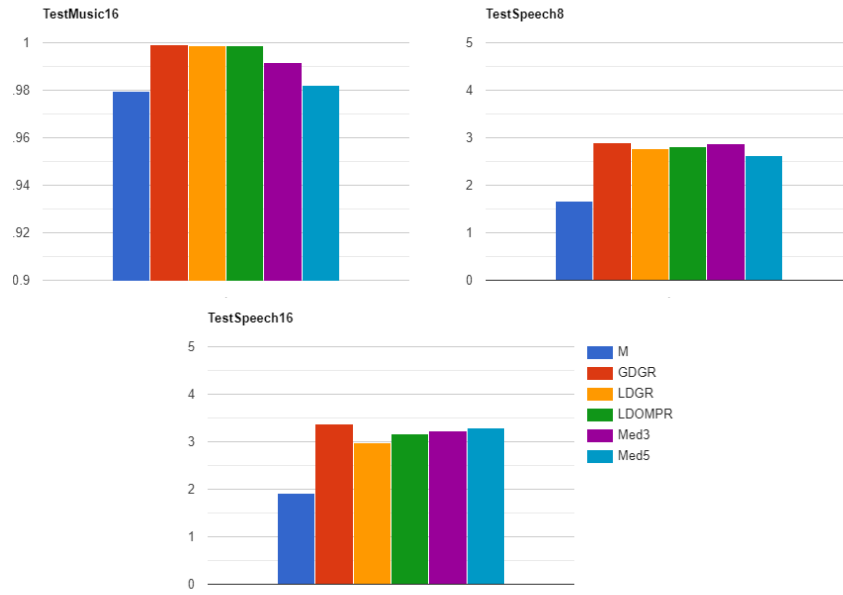
u poređenju sa slučajem kada je korišćen prozor dužine 512. Nakon njega, najbolje rezultate produkovao je median filtar dužine 5 sa PESQ ocjenom od 3.2747. Kod datasete `testMusic16kHz` algoritam gradijentne detekcije i gradijentne rekonstrukcije postiže najbolji usrednjeni PEMO-Q rezultat od 0.9992.

Na Slici 23 je prezentovan scenario *iii*), to jest slučaj kad je procenat zašumljenih odbiraka 20% i kad impulsni šum uzima vrijednosti unutar dometa vrijednosti originalnog signala. Za datasetove `testSpeech8kHz` i `testSpeech16kHz` najveće prosečne PESQ ocjene od 1.9121 i 2.2650 (sa pogoršanjem od 0.0933 i 0.0607 u odnosu na prozor dužine 512) postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, dok za oba seta algoritam Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije sa rezultatima od 1.8653 i 1.9136 (sa pogoršanjima od 0.0695 i 0.0535). U slučaju datasea `testMusic16kHz` takođe dominira algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu sa prosečnom PEMO-Q ocjenom od 0.9856, koga prate algoritam Laplasove detekcije i gradijentne rekonstrukcije, sa prosječnom PEMO-Q ocjenom od 0.9768.

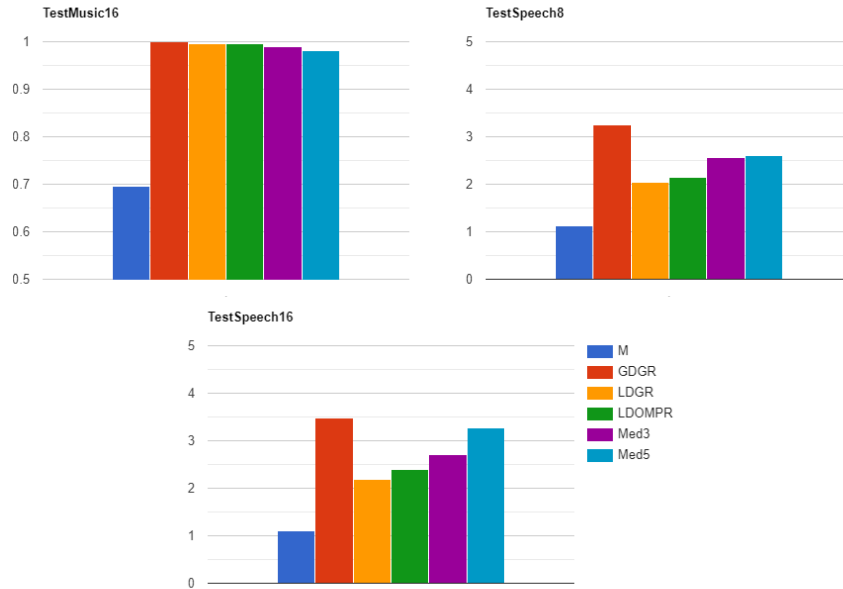
Slučaj kad je oštećeno 20% odbiraka i kad su parametri $a = 0.1$ i $b = 2$ je prezentovan na Slici 24. Algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu ima najbolje performanse sa prosječnom PESQ ocjenom od 1.9595 (-0.0695) kod `testSpeech8kHz` datasea, 2.2625 (+0.1684) kod `testSpeech16kHz` datasea i prosječnom PEMO-Q ocjenom od 0.9887 (0.0125) kod datasea `testMusic16kHz`. Ostali algoritmi postižu uočljivo lošije rezultate, što je u skladu sa MSE rezultatima kod Tabele 12.

Rezultati pokazuju da u prosjeku algoritmi kompresivnog odabiranja (CS) ostvaruju zanemarljivo bolje ili gore PESQ i PEMO-Q ocjene u poređenju sa situacijom kad Hann-ov prozor dužine 512. Primijetni su mali padovi PESQ ocjena kod `testSpeech8kHz` datasea generalno kod sva četiri razmatrana slučaja, dok PESQ ocjene kod `testSpeech16kHz` datasea imaju i poboljšanja i pogoršanja u zavisnosti od slučaja koji se posmatra.

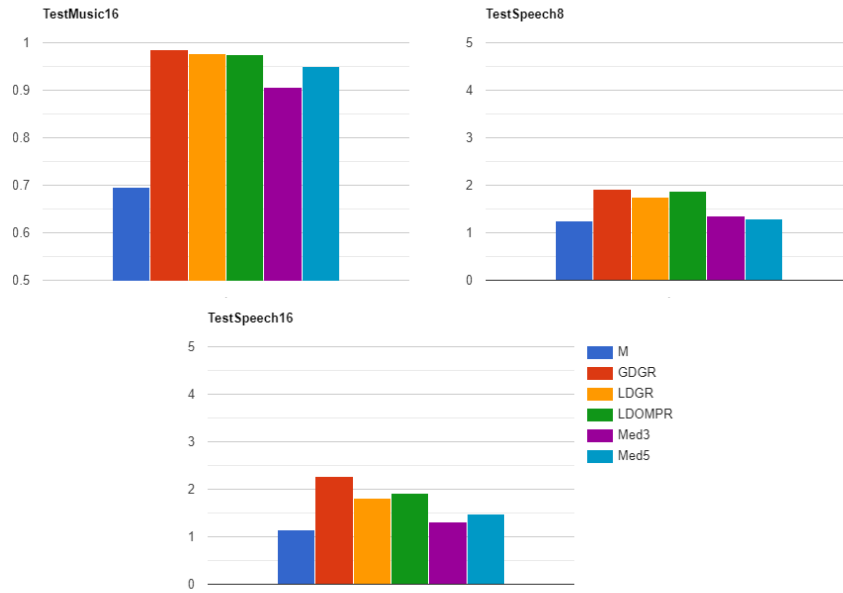
U opštem slučaju, za sva tri seta podataka optimalne performanse postiže algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu, čije su ocjene ili mnogo bolje od ostalih algoritama (pogotovo u situacijama gdje impulsni šum uzima vrijednosti van opsega vrijednosti originalnih signala) ili zanemarljivo manje od najboljih ocjena. Preformanse algoritama kompresivnog odabiranja koji koriste metodu detekcije bazirane na Laplasovom filtru postižu rezultate u vidu PESQ i PEMO-Q slične algoritmu detekcije i rekonstrukcije zasnovane na gradijentu za slučaj *i*) i *ii*), dok je za ostala dva slučaja uočljiv pad performansi.



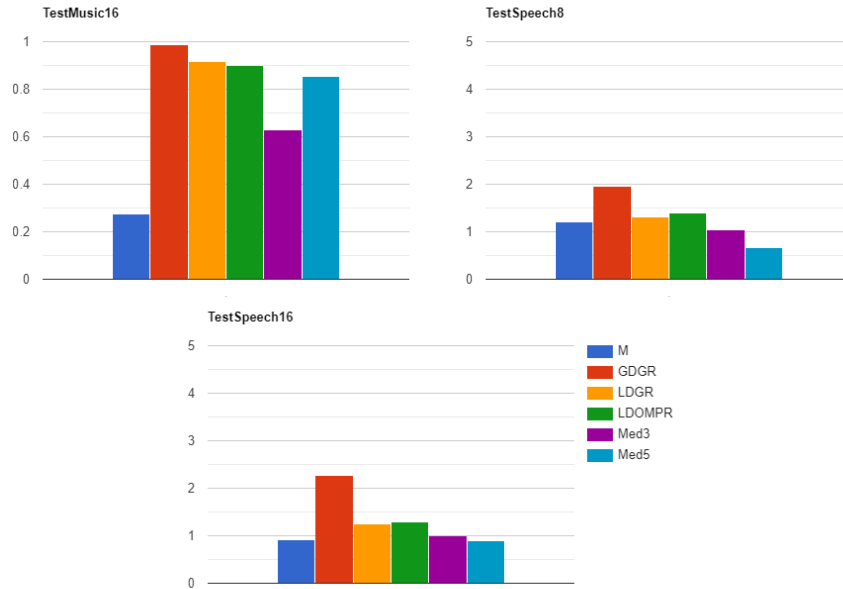
Slika 21: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



Slika 22: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 1\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



Slika 23: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 0.5$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri



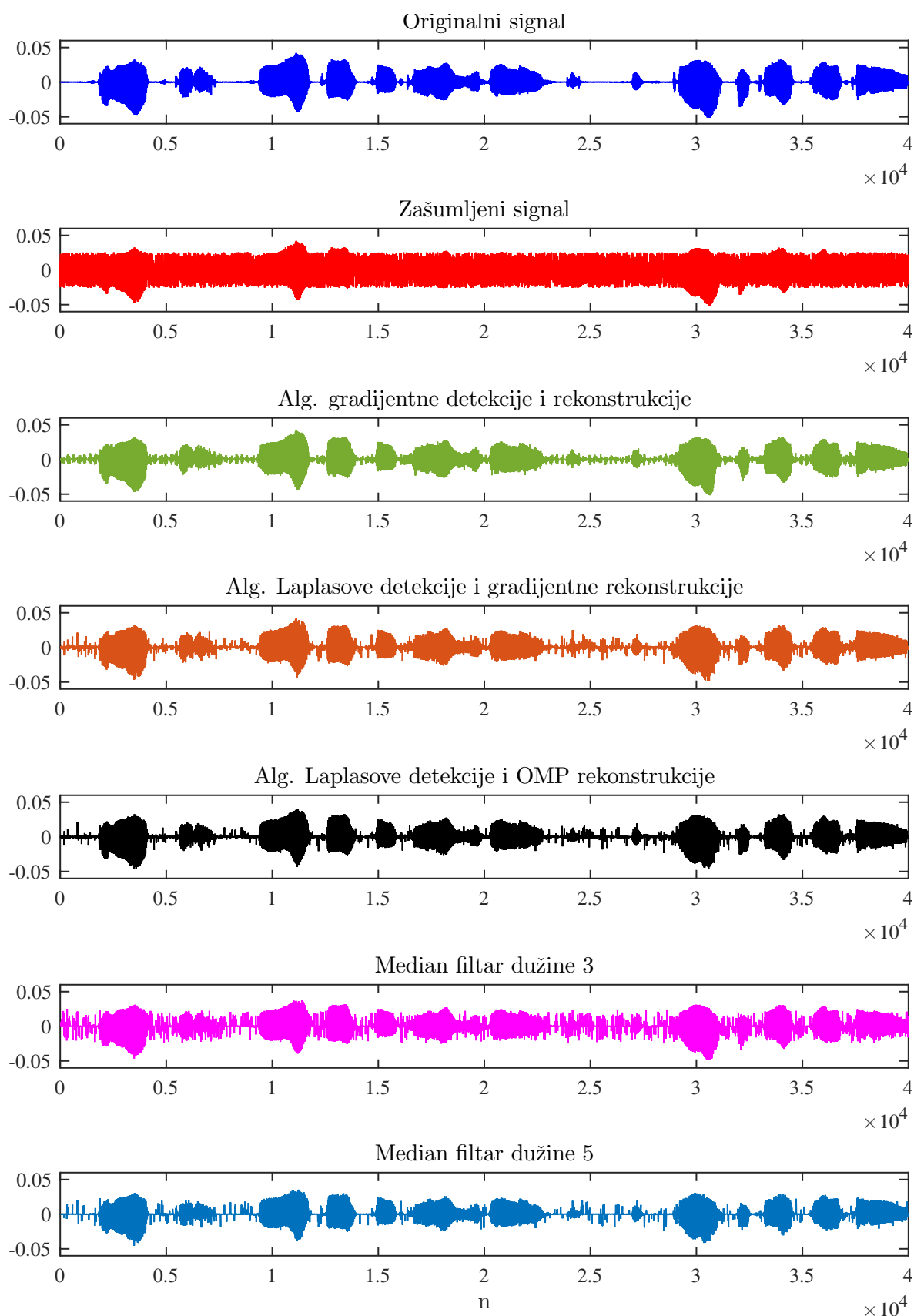
Slika 24: Perceptualna evaluacija signala, korišćenjem PESQ MOS za testSpeech8kHz i testSpeech16kHz dataset i PEMO-Q PSM_t za testMusic16kHz dataset, za slučaj kad su $p = 20\%$, $a = 0.1$ i $b = 2$. Oznake za primijenjene tehnike: M - zašumljeni signal, GDGR - alg. gradijentne detekcije i rekonstrukcije, LDGR - alg. Laplasove detekcije i grad. rekonstrukcije, LDOMPR - alg. Laplasove detekcije i OMP rekonstrukcije, Med3 i Med5 – median filtri

4.5 Vizuelna reprezentacija rezultata

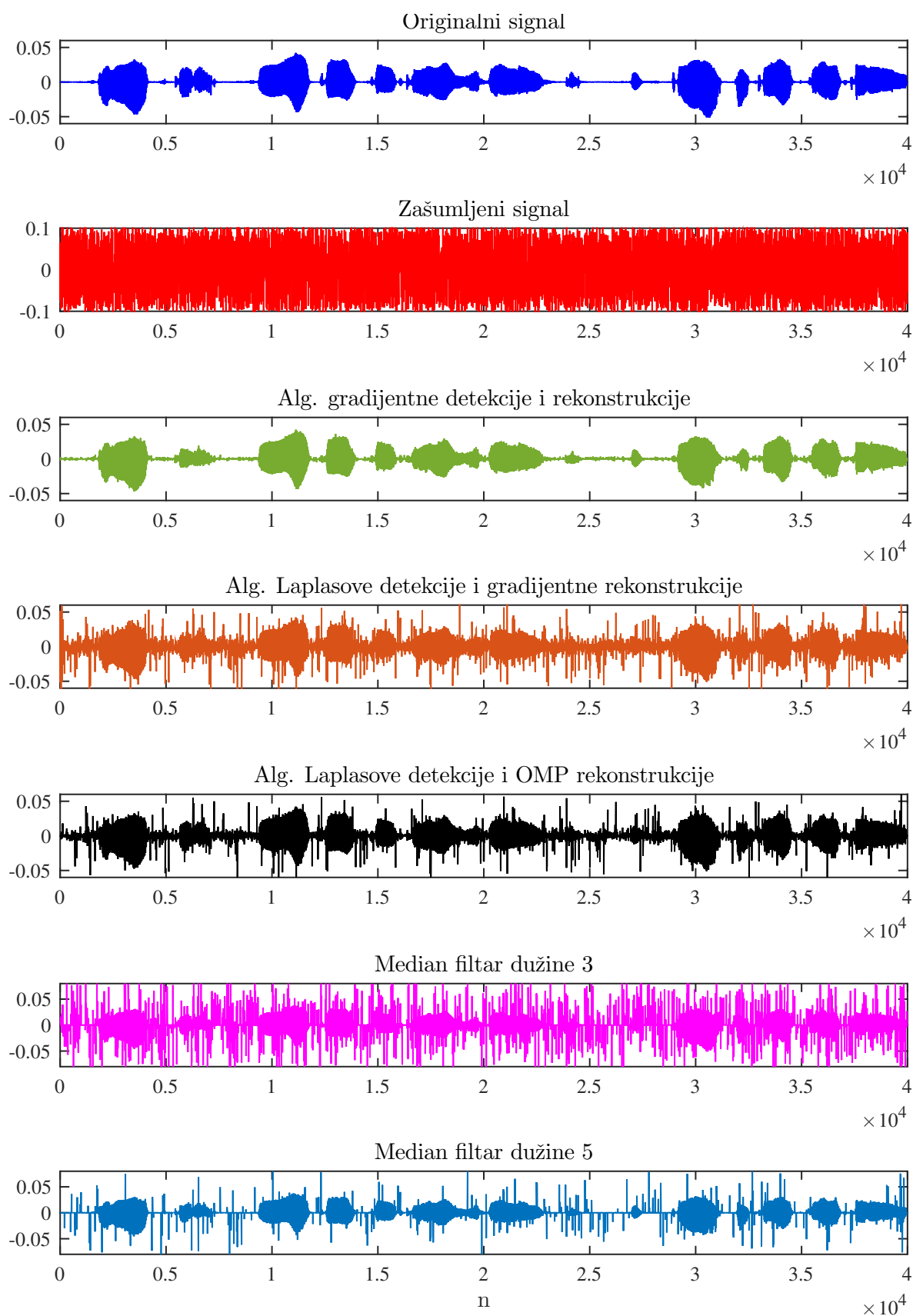
Osim prethodno navedenih metrika kao MSE, PESQ i PEMO-Q koje daju uvid u kvalitet rezultata, u ovoj podsekciji će se na slikama prezentovati odabrani rekonstruisani signali, zajedno sa odgovarajućim originalnim i zašumljenim signalima, radi vizuelnog poređenja. Rezultati su prikazani za Hann-ov prozor dužine 512. Kako postoji prevelik broj slučajeva koji se mogu prezentovati u zavisnosti od varijacije parametara a , b i p i izbora dataseta, nerealno je vizuelno prikazati sve razmatrane slučajeve. Stoga će biti razmatrana dva specifična slučaja kod testSpeech8kHz dataseta kada je: *i*) $a = 0.1$, $b = 0.5$ i $p = 20\%$ i *ii*) $a = 0.1$, $b = 2$ i $p = 20\%$.

Na Slikama 25 i 26 su prikazani originalni, zašumljeni i rekonstruisani signali iz testSpeech8kHz dataseta za slučaj kad je 20% odbiraka zašumljeno. Prva slika je prikazana za slučaj kad su vrijednosti parametara $a = 0.1$ i $b = 0.5$, dok je druga prikazana za vrijednosti parametara $a = 0.1$ i $b = 2$. Na prvoj slici, zbog velikog procenta zašumljenih odbiraka i zato što impulsni šum uzima vrijednosti unutar opsega vrijednosti originalnog signala, poboljšanja rekonstruisanih signala u poređenju sa zašumljenim su znatno uočljiva, posebno kod algoritama kompresivnog odabiranja (CS). Kod druge slike s obzirom da impulsni šum uzima vrijednosti van opsega vrijednosti originalnog signala, mogu se uočiti znatna pogoršanja rekonstruisanih signala za svaki od algoritama, osim u slučaju algoritma detekcije i rekonstrukcije zasnovanog na gradijentu, što je i u skladu sa lošijim ocjenama prikazanih kod metrika kao što su MSE, PESQ i PEMO-Q.

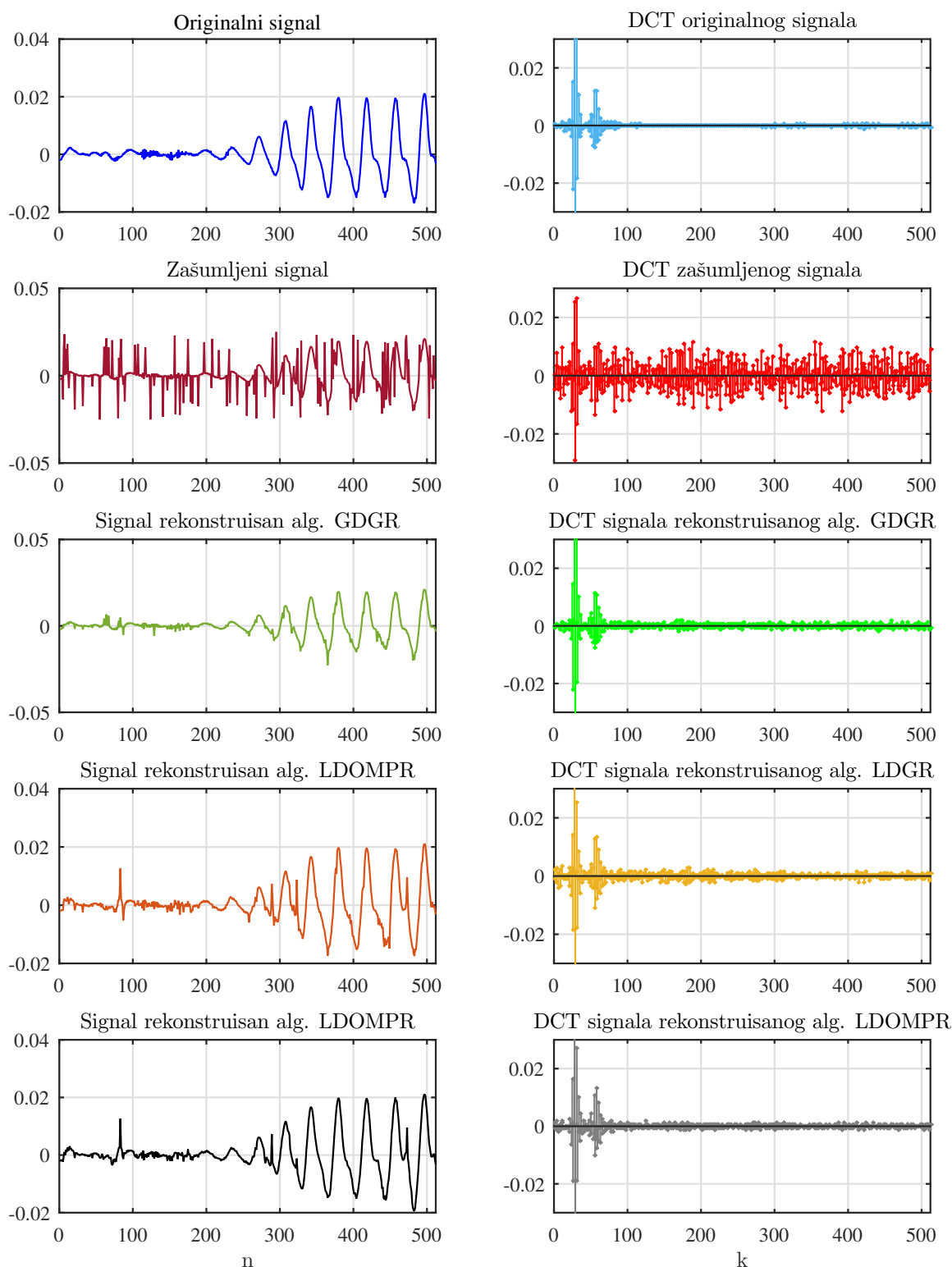
Na Slikama 27 i 28 su prikazani signali po testSpeech8kHz datasetu od 20000 pozicije do 20512 pozicije, zajedno sa njihovim ekvivalentnim signalima u DCT domenu. Rekonstruisani signali za sve tehnike za uklanjanje šuma su prikazani, osim za slučaj upotrebe median filtra dužine 3 i 5. Kod prve slike je prikazan slučaj sa 20% zašumljenih odbiraka i vrijednosti parametara $a = 0.1$ i $b = 0.5$. Uočljiva su velika poboljšana signala za sva tri CS algoritma i u vidu vremenskog i DCT domena, što je i u skladu sa sličnim ocjenama metrika za slučaj kad impulsni šum uzima vrijednosti unutar opsega vrijednosti originalnog signala. Kod druge slike slučaj sa 20% zašumljenih odbiraka i vrijednosti parametara $a = 0.1$ i $b = 2$ je prikazan. Rekonstruisani signali za CS metode koje koriste detekciju zasnovanu na Laplasovom filtru postižu znatno manju sličnost originalnom signalu, nego kod algoritma detekcije i rekonstrukcije bazirane na gradijentu. Isto može biti rečeno i za reprezentacije rekonstruisanih signala u DCT domenu, gdje je takođe vidljivo poboljšanje koje produkuje algoritam detekcije i rekonstrukcije bazirane na gradijentu, u odnosu na ostala dva CS pristupa.



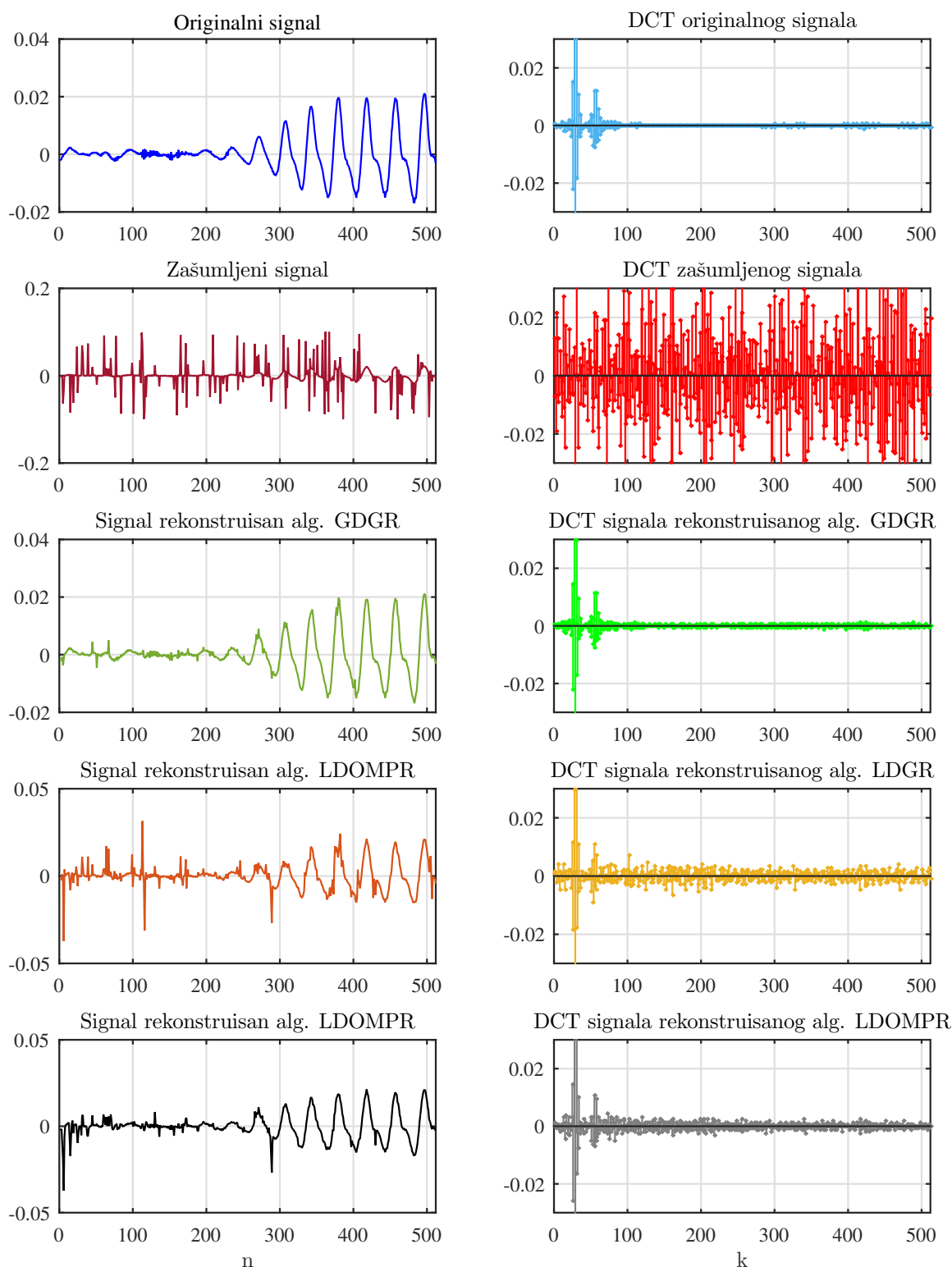
Slika 25: Prikaz signala iz TestSpeech8 seta za vrijednosti parametara $a = 0.1$, $b = 0.5$ i $p = 20\%$.



Slika 26: Prikaz signala iz TestSpeech8 seta za vrijednosti parametara $a = 0.1$, $b = 2$ i $p = 20\%$.



Slika 27: Prezentacija dijela signala od 512 odbiraka iz TestSpeech8 seta za vrijednosti parametara $\alpha = 0.1$, $b = 0.5$ i $p = 20\%$. Oznake za primijenjene tehnike: GDGR - detekcija i rekonstrukcija zasnovana na gradijentu, LDGR - Laplasove detekcije i rekonstrukcija bazirana na gradijentu, LDOMPR - Detekcija bazirana na Laplasovom filtru i rekonstrukcija OMP metodom



Slika 28: Prezentacija dijela signala od 512 odbiraka iz TestSpeech8 seta za vrijednosti parametara $a = 0.1$, $b = 2$ i $p = 20\%$. Oznake za primijenjene tehnike: GDGR - detekcija i rekonstrukcija zasnovana na gradijentu, LDGR - Laplasove detekcije i rekonstrukcija bazirana na gradijentu, LDOMPR - Detekcija bazirana na Laplasovom filtru i rekonstrukcija OMP metodom

Zaključak

Na osnovu sprovedenih istraživanja i analiza, može se zaključiti da algoritmi kompresivnog odabiranja mogu dati značajno bolje rezultate kada se koriste uz odgovarajuću dužinu prozora i uz odgovarajuća podešavanja. Korišćeni algoritmi kompresivnog odabiranja, uključujući algoritam detekcije i rekonstrukcije zasnovan na gradijentu mjere koncentracije DCT-a razmatranog signala, algoritam detekcije zasnovane na Laplasovom filtru sa rekonstrukcijom zasnovanom na gradijentnom algoritmu, kao i algoritam sa detekcijom primjenom Laplasovog filtra i rekonstrukcijom pomoću OMP algoritma, poređeni su sa tradicionalnim metodama – median filtrom dužine 3 i 5. Rezultati pokazuju da Hann-ov prozor dužine 512 pruža značajno bolje performanse u poređenju sa dužinom 256, posebno u pogledu MSE, PESQ i PEMO-Q ocjena. Prozor dužine 1024 daje mješovite rezultate, sa poboljšanjima u nekim slučajevima, ali i pogoršanjima u drugim.

Što se tiče detekcije impulsnog šuma, algoritam detekcije zasnovan na gradijentu mjere koncentracije pokazuje superiorne performanse u odnosu na detekciju zasnovanu na Laplasovom filtru, naročito u slučajevima kada šum ima vrijednosti van opsega originalnih signala. U tim situacijama, ostali algoritmi zaostaju u performansama. Takođe, rekonstrukcija zasnovana na gradijentnom algoritmu postiže slične rezultate kao i OMP rekonstrukcioni algoritam, što dodatno potvrđuje njegovu efikasnost.

Na osnovu ovih rezultata, može se zaključiti da su algoritmi zasnovani na gradijentu generalno efikasni i robustni u uklanjanju impulsnog šuma, posebno u zahtjevnim scenarijima gdje šum ima vrijednosti kako u opsegu signala, tako i mimo njega.

Literatura

- [1] John Price, Terry Goble, in *Telecommunications Engineer's Reference Book*, 1993
- [2] John S. Sobolewski, in *Encyclopedia of Physical Science and Technology (Third Edition)*, 2003
- [3] LJ. Stanković, and M. Brajović, "Analysis of the Reconstruction of Sparse Signals in the DCT Domain Applied to Audio Signals," *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 26, no.7, July 2018, pp.1216-1231, DOI: 10.1109/TASLP.2018.2819819,
- [4] LJ. Stanković, *Digital Signal Processing with Selected Topics*, CreateSpace Independent Publishing Platform, An Amazon.com Company, November 4, 2015
- [5] E.J. Candès, M. Wakin, "An Introduction to Compressive Sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, March 2008, pp. 21-30.
- [6] D. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, 2006.
- [7] LJ. Stanković, and M. Daković, "On a Gradient-Based Algorithm for Sparse Signal Reconstruction in the Signal/Measurements Domain," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2016, Article ID 6212674, 11 pages, 2016. doi:10.1155/2016/6212674.
- [8] LJ. Stanković, M. Daković, and S. Vujović, "Reconstruction of Sparse Signals in Impulsive Disturbance Environments," *Circuits, Systems and Signal Processing*, vol. 36, no. 2, pp. 767-94. 2017
- [9] I. Stanković, M. Brajović, LJ. Stanković, and M. Daković, "Comparison of Two Image Denoising Approaches Based on Compressive Sensing Principles," *25th International Conference on Information Technology (IT 2021)*, Zabljak, Montenegro, 16 – 20 February, 2021
- [10] LJ. Stanković, M. Brajović, I. Stanković, J. Lerga, and M. Daković, "RANSAC-Based Signal Denoising Using Compressive Sensing," *Circuits, Systems & Signal Processing*, Vol. 40, pp. 3907–3928, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00034-021-01654-4>
- [11] Z. Zhang, Y. Xu, J. Yang, X. Li, and D. Zhang, "A survey of sparse representation: algorithms and applications," *IEEE Access*, vol. 3, pp. 490–530, 2015

- [12] M. Daković, I. Stanković, M. Brajović, and L.J. Stanković, "Sparse Signal Reconstruction Based on Random Search Procedure," *40th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics MIPRO, Opatija, Croatia*, May 2017
- [13] D. Bellasi, P. Maechler, A. Burg, N. Felber, H. Kaeslin and C. Studer, "Live demonstration: Real-time audio restoration using sparse signal recovery," *2013 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS2013)*, Beijing, 2013, pp. 659-659.
- [14] J. C. Wang, Y. S. Lee, C. H. Lin, S. F. Wang, C. H. Shih and C. H. Wu, "Compressive Sensing-Based Speech Enhancement," *IEEE/ACM Trans. on Audio, Speech, and Language Process.*, vol. 24, no. 11, pp. 2122-2131, Nov. 2016
- [15] I. Stanković, M. Brajović, L.J. Stanković, and M. Daković, "Laplacian-Driven Softmax Probability for Noisy Pixel Detection in Image Reconstruction," *30th Telecommunications Forum TELFOR 2022*, 15-16 November, Belgrade, Serbia
- [16] I. Stanković, M. Brajović, L.J. Stanković, and M. Daković, "Laplacian Filter in Reconstruction of Images using Gradient-Based Algorithm," *29th Telecommunications forum TELFOR 2021 (Virtual)*, Serbia, Belgrade, November 23-24, 2021
- [17] X. Li, G. Bi, "Image reconstruction based on the improved compressive sensing algorithm," *IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP)*, pp. 357–360, Singapore 2015.
- [18] L.J. Stanković, M. Daković, S. Stanković, and I. Orović, "Sparse Signal Reconstruction - Introduction," *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, John Wiley & Sons*, May 2017, DOI: 10.1002/047134608X.W8350
- [19] V. Britanak and K. R. Rao, "An efficient implementation of the forward and inverse MDCT in MPEG audio coding," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 8, no. 2, pp. 48–51, Feb. 2001.
- [20] P. Maechler et al., "VLSI Design of Approximate Message Passing for Signal Restoration and Compressive Sensing," *IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*, vol. 2, no. 3, pp. 579–590, Sept. 2012.
- [21] D. Bellasi, P. Maechler, A. Burg, N. Felber, H. Kaeslin and C. Studer, "Live demonstration: Real-time audio restoration using sparse signal recovery," *2013 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS2013)*, Beijing, 2013, pp. 659-659.

- [22] D. Wu, W. P. Zhu and M. N. S. Swamy, "The Theory of Compressive Sensing Matching Pursuit Considering Time-domain Noise with Application to Speech Enhancement," *IEEE/ACM Trans. on Audio, Speech, and Language Process.*, vol. 22, no. 3, pp. 682-696, March 2014.
- [23] R. Baraniuk, "Compressive sensing," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, no. 4, pp. 118–121, 2007.
- [24] D. Wu, W. P. Zhu and M. N. S. Swamy, The Theory of Compressive Sensing Matching Pursuit Considering Time-domain Noise with Application to Speech Enhancement,"*IEEE/ACM Trans. on Audio, Speech, and Language Process.*, vol. 22, no. 3, pp. 682-696, 2014
- [25] V. Britanak and K. R. Rao, An efficient implementation of the forward and inverse MDCT in MPEG audio coding,"*IEEE Signal Processing Letters*, vol. 8, no. 2, pp. 48-51, Feb. 2001.
- [26] M. Brajović, I. Stanković, M. Daković, and LJ. Stanković, "Audio Signal Denoising Based on Laplacian Filter and Sparse Signal Reconstruction," *26th International Conference on Information Technology (IT)*, Zabljak, Montenegro, 16 – 19 February, 2022
- [27] M. Brajović, I. Stanković, M. Daković, and LJ. Stanković, "The DCT Domain Sparsity-Assisted Detection and Recovery of Impulsively Disturbed Samples," *Multimedia Tools and Applications*, October, 2020, pp.1-14. <https://doi.org/10.1007/s11042-020-09998-w>
- [28] M. Brajović, I. Stanković, M. Daković, and LJ. Stanković, "The DCT Domain Sparsity-Assisted Detection and Recovery of Impulsively Disturbed Samples," *Multimedia Tools and Applications*, October, 2020, pp.1-14. <https://doi.org/10.1007/s11042-020-09998-w>
- [29] E. Vincent, S. Araki, and P. Bofill, *The 2008 Signal Separation Evaluation Campaign: A Community-Based Approach to Large-Scale Evaluation*. Paraty, Brazil: Springer, Mar. 2009.
- [30] Audio signals database [available online]: <http://smallproject.eu/software-data>, last accessed Sept. 2017
- [31] A. W. Rix, J. G. Beerends, M. P. Hollier, and A. P. Hekstra, "Perceptual evaluation of speech quality (pesq)-a new method for speech quality assessment

- of telephone networks and codecs,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, vol. 2, 2001, pp. 749–752.
- [32] R. Huber and B. Kollmeier, “PEMO-Q—A New Method for Objective Audio Quality Assessment Using a Model of Auditory Perception,” in *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 14, no. 6, pp. 1902–1911, Nov. 2006.